สารบัญ
เฉลยแนวข้อสอบแบบละเอียด

ตัวเลขและเลขฐาน

1. ตอบ 3.

$\bar{X}\bar{L}CCXCIV = \bar{X}\bar{L} + C + C + XC + IV$

$= (50,000 - 10,000) + 100 + 100 + (100-10) + (5-1)$

$= 40,294$ Ans

2. ตอบ 2

$51,487 = 50,000 + 1,000 + (500-100) + 50 + 30 + 5 + 2$

$= \bar{L}MCDLXXXVII$ Ans

3. ตอบ 3

ก. C ต้องอยู่หน้า D หรือ M เท่านั้น ✓ เพราะ เป็นหลักการลด คือ เลขที่มีค่าน้อยไว้ด้านซ้าย เลขที่มีค่ามากไว้ด้านขวา โดยมี C เป็นตัวลบ

ข. XXXX เท่ากับ 40 ✗ เพราะ ตามหลักการซ้ำ สัญลักษณ์แต่ละตัวเขียนติดกันได้ไม่เกิน 3 ตัว ที่ถูกต้องคือ XL = 40

ค. $\bar{I} = 1,000$ ✗ เพราะในระบบเลขโรมันไม่มีสัญลักษณ์ $\bar{I}$ แต่จะมี M = 1,000

ดังนั้น ก. ถูกข้อเดียว Ans

4. ตอบ 4.

$\bar{X}\bar{L}\bar{V}MMCMV = \bar{X}\bar{L} + \bar{V} + M + M + CM + V$

$= (50,000 - 10,000) + 5,000 + 1,000 + 1,000 + (1,000 - 100) + 5$

$= 47,905$

$MDCXCIII = M + D + C + XC + III$

$= 1,000 + 500 + 100 + (100 - 10) + 3$

$= 1,693$

ดังนั้น $47,905 + 1,693 = 49,598$ Ans

5 ตอบ 1

$9A5B_{12}$ (4 3 2 1 → ตำแหน่ง)

$= (9 \times 12^3) + (10 \times 12^2) + (5 \times 12^1) + (11 \times 12^0)$

$= 15,552 + 1,440 + 60 + 11$

$= 17,053$

20413_5 (5 4 3 2 1 → ตำแหน่ง)

$= (2 \times 5^4) + (0 \times 5^3) + (4 \times 5^2) + (1 \times 5^1) + (3 \times 5^0)$

$= 1,250 + 0 + 100 + 5 + 3$

$= 1,358$

$\therefore 9AB_{12} - 20413_5 = 17,053 - 1,358 = 15,695$ Ans

6 ตอบ 2

1353_7 (4 3 2 1)

$= (1 \times 7^3) + (3 \times 7^2) + (5 \times 7^1) + (3 \times 7^0)$

$= 343 + 147 + 35 + 3 = 528$

431_9 (3 2 1)

$= (4 \times 9^2) + (3 \times 9^1) + (1 \times 9^0)$

$= 324 + 27 + 1 = 352$

$\therefore 528 - 352 = 176$

หาคำตอบจากข้ออื่น จะได้คำตอบเร็วกว่า เอา 176 แปลงเป็นระบบตัวเลขฐานอื่นๆ

1. $128_{12} = (1 \times 12^2) + (2 \times 12^1) + (8 \times 12^0)$

$= 144 + 24 + 8 = 176$ ✓

2. $250_8 = (2 \times 8^2) + (5 \times 8^1) + (0 \times 8^0)$

$= 128 + 40 + 0 = 168 \neq 176$ ✗

3. $1201_5 = (1 \times 5^3) + (2 \times 5^2) + (0 \times 5^1) + (1 \times 5^0)$

$= 125 + 50 + 0 + 1 = 176$ ✓

4. $10110000_2 = (1 \times 2^7) + (0 \times 2^6) + (1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$

$= 128 + 0 + 32 + 16 + 0 + 0 + 0 + 0$

$= 176$ ✓

∴ $1353_7 - 431_9$ มีคำไม่ตรงกับ 250_8 ($176 \neq 168$) Ans

7. ตอบ 4

ค่า 3 ใน 1326_7 คือ $(3 \times 7^2) = 147$ (4 3 2 1 → ตำแหน่ง)

ค่า 3 ใน 3210_4 คือ $(3 \times 4^3) = 192$ (4 3 2 1 → ตำแหน่ง)

∴ ค่า 3 ใน 1321_7 น้อยกว่า ค่า 3 ใน 3210_4 อยู่

$192 - 147 = 45$ Ans

8 ตอบ 3

จากข้อ 1. 5)213 → 5)42 เศษ 3 → 5)8 เศษ 2 → 1 เศษ 3

∴ $213 = 1323_5$

แสดงว่า $213 = 1303_5$ ในข้อ 1 ผิด

จากข้อ 2. 8)1021 → 8)127 เศษ 5 → 8)15 เศษ 7 → 1 เศษ 7

∴ $1,021 = 1,775$

แสดงว่า $1,021 = 2775_8$ ในข้อ 2 ผิด

จากข้อ 3 $104_5 = (1 \times 5^2) + (0 \times 5^1) + (4 \times 5^0)$

$= 25 + 5 + 4 = 29$

2)29 → 2)14 เศษ 1 → 2)7 เศษ 0 → 2)3 เศษ 1 → 1 เศษ 1

∴ $104_5 = 1101_2$

แสดงว่า $104_5 = 1101_2$ ถูก ✓

จากข้อ 4 $64_8 = A24_{12}$

$64_8 = (6 \times 8^1) + (4 \times 8^0)$ ∴ $64_8 = 44_{12}$

$= 48 + 4 = 52$

แสดงว่า $64_8 = A24_{12}$ ในข้อ 4 ผิด

12)52 → 4 เศษ 4

∴ ข้อที่ถูกต้อง คือ 3. $104_5 = 1101_2$ Ans

9. ตอบ 3.

$476_8 = (4\times8^2)+(7\times8^1)+(6\times8^0)$

$= 256 + 56 + 6 = 318$

สมโภชน์ $476_8 = 226_x$

จะได้ว่า $226_x = 318$

$(2\times x^2)+(2\times x^1)+(6\times x^0) = 318$

$2x^2 + 2x + 6 = 318$

หาร 2 ตลอด $x^2 + x + 3 = 159$

$x^2 + x + 3 - 159 = 0$

$x^2 + x - 156 = 0$

$(x-12)(x+13) = 0$

$x = 12, -13$

เลขฐานต้องเป็นค่าบวกเสมอ

$\therefore x = 12$ Ans

10. ตอบ 1

$555_9 = (5\times9^2)+(5\times9^1)+(5\times9^0)$

$= 405 + 45 + 5$

$= 455$

$555_8 = (5\times8^2)+(5\times8^1)+(5\times8^0)$

$= 320 + 40 + 5$

$= 365$

$555_9 + 555_8 = 455 + 365 = 820$

เปลี่ยน 820 เป็นระบบเลขฐานห้า

5) 820 เหลือ 0

5) 164 เหลือ 4

5) 32 เหลือ 2

5) 6 เหลือ 1

1 เหลือ 1

$\rightarrow 820 = 11240_5$

$\therefore 555_9 + 555_8 = 11240_5$ Ans

11. ตอบ 4.

แปลงเลขฐาน แต่ละฐานเป็นเลขฐานสิบ ได้ดังนี้

$110_5 = (1\times5^2)+(1\times5^1)+(0\times5^0) = 25+5+0 = 30$

$333_4 = (3\times4^2)+(3\times4^1)+(3\times4^0) = 48+12+3 = 63$

$222_3 = (2\times3^2)+(2\times3^1)+(2\times3^0) = 18+6+2 = 26$

$\therefore 110_5 (333_4 - 222_3) = X_b$

$30(63-26) = X_b$

$30(37) = X_b$

$1,110 = X_b$

แปลง 1,110 เป็นเลขฐาน b ได้ดังนี้

b) 1110

b) 185 เศษ 0

b) 30 เศษ 5

5 เศษ 0

$\therefore X_b = 5050_b$ Ans

12. ตอบ 4.

แปลงเลขฐาน 12 เป็นเลขฐานสิบ

$12E5_{สิบสอง} = (1\times12^3)+(2\times12^2)+(11\times12^1)+(5\times12^0)$

$= (1\times1,728)+(2\times144)+(11\times12)+(5\times1)$

$= 1,728+288+132+5$

$= 2,153$

$ET_{สิบสอง} = (11\times12^1)+(10\times12^0)$

$= 132+10 = 142$

$\therefore 12E5_{สิบสอง} - ET_{สิบสอง} = 2,153-142 = 2,011$

แปลง 2,011 เป็นเลขฐานห้า

5) 2,011

5) 402 เศษ 1

5) 80 เศษ 2

5) 16 เศษ 0

3 เศษ 1

$\therefore 2011 = 31021_{ห้า}$

ดังนั้น $12E5_{สิบสอง} - ET_{สิบสอง} = 31021_{ห้า}$

Ans

13. ตอบ 1

$$32413_8 = (3\times8^4)+(2\times8^3)+(4\times8^2)+(1\times8^1)+(3\times8^0)$$

$$= (3\times4{,}096)+(2\times512)+(4\times64)+(1\times8)+(3\times1)$$

$$= 12{,}288+1{,}024+256+8+3$$

$$\therefore 32413_8 = 13{,}579$$

แปลง 13,579 เป็นเลขฐาน 12

12) 13579		
12) 1131	เศษ	7
12) 94	เศษ	3
7	เศษ	10 (A)

$\therefore$ $32413_8 = 13579 = 7A37_{12}$ Ans

14. ตอบ 2.

$$1223_{r-1} = 123_r + 456_{r+1}$$

$$1\times(r-1)^3+2(r-1)^2+2(r-1)+3(r-1)^0 = [1\times(r^2)+2r^1+3r^0]+[4(r+1)^2+5(r+1)^1+6(r+1)^0]$$

$$(r^3-3r^2+3r-1)+2(r^2-2r+1)+2r-2+3 = (r^2+2r+3)+4(r^2+2r+1)+5r+5+6$$

$$r^3-3r^2+3r-1+2r^2-4r+2+2r+1 = r^2+2r+3+4r^2+8r+4+5r+11$$

$$r^3-r^2+r+2 = 5r^2+15r+18$$

$$r^3-r^2+r+2-5r^2-15r-18 = 0$$

$$r^3-6r^2-14r-16 = 0$$

→ ใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือในการแยกตัวประกอบ P(8) ทำให้ P(x) เป็น 0 ∴ นำ (r-8) ไปหาร $r^3-6r^2-14r-16$

(น้องๆ ต้องไปศึกษาในบทแยกตัวประกอบของพหุนามก่อน)

$$(r-8)(r^2+2r+2) = 0$$

$r-8=0$ หรือ $r^2+2r+2=0$

$\therefore r = 8$ ไม่มี r ที่ทำให้สมการเป็นจริง

$\therefore$ ผลคูณของค่า r ทั้งหมดที่เป็นไปได้ คือ 8 Ans

15. ตอบ 1.

แปลง เลขฐาน ต่างๆ เป็นเลขฐานสิบ

$$691_x = 6(x^2) + 9(x^1) + 1(x^0)$$
$$= 6x^2 + 9x + 1$$

$$100_2 = (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$$
$$= 4 + 0 + 0 = 4$$

ดังนั้น $$\frac{6x^2+9x+1}{79} = 4$$

$$6x^2 + 9x + 1 = 79 \times 4$$

$$6x^2 + 9x + 1 = 316$$

$$6x^2 + 9x - 315 = 0$$

หาร 3 ทั้งสองข้าง

$$2x^2 + x - 105 = 0$$

$$(x-7)(2x+15) = 0$$

$$x = 7, -\frac{15}{2}$$ → เลขฐานเป็นค่าบวกเท่านั้น

ดังนั้น $x = 7$ Ans

ระบบจำนวน

1. ตอบ 3

1. จำนวนเฉพาะที่น้อยที่สุด คือ 1 ✗ เพราะ 1 ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ

2. ตัวประกอบของ 30 ได้แก่ 2, 3, 5, 6, 10, 15 และ 30 ✗ เพราะตัวประกอบของ 30 ไม่ครบ ต้องมี 1 ด้วย

3. ผลคูณในรูป $2\times3\times5\times7$ เป็นการแยกตัวประกอบของ 210 ✓ เพราะเป็นการคูณของตัวประกอบเฉพาะทั้งหมดของผลคูณเท่ากับ 210

4. ตัวประกอบเฉพาะของ 70 ได้แก่ 1, 2, 5 และ 7 ✗ เพราะ 1 ไม่ใช่ตัวประกอบเฉพาะ

∴ ข้อ 3 ถูกต้อง Ans

2. ตอบ 3.

จากสูตร ผลคูณของทั้งสองจำนวน = ค.ร.น × น.ร.ม

กำหนดให้อีกจำนวนเป็น a จะได้

$$a\times84 = 588\times42$$

$$a = \frac{588\times42}{84}$$

$$a = 294$$

∴ อีกจำนวนเป็น 294 Ans

3. ตอบ 2

หา น.ร.ม. ด้วยวิธีหารสั้น

2	24	32	80
2	12	16	40
2	6	8	20
	3	4	5

∴ น.ร.ม ของ 24, 32, 80 คือ $2\times2\times2 = 8$

หา ค.ร.น ด้วยวิธีหารสั้น

2	24	32	80
2	12	16	40
2	6	8	20
2	3	4	10
	3	2	5

∴ ค.ร.น ของ 24, 32 และ 80 คือ $2\times2\times2\times2\times3\times2\times5 = 480$

∴ ผลต่างระหว่าง น.ร.ม และ ค.ร.น = $480-8 = 472$ Ans

4. ตอบ 4.

ก. ถูกต้อง เพราะ จำนวนเต็มบวกน้อยที่สุด คือ 1 จำนวนเต็มลบที่มากที่สุด คือ -1

$\therefore \quad 1 > -1$

ข. ถูกต้อง เพราะ ถ้า a เป็นจำนวนเต็มลบ เช่น -1 ค่าสัมบูรณ์ของ -1 คือ

$|-1| = -(-1) = 1$ โดยที่ 1 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -1

ค. ถูกต้อง เพราะ จำนวนสองจำนวน ถ้าเป็นจำนวนตรงข้ามกัน เมื่อบวกกันจะเท่ากับ 0

เช่น $2+(-2)=0$, $3+(-3)=0$

$\therefore$ ถูกทุกข้อ Ans

5. ตอบ 1.

หาค่า a

$$a = \frac{[12+(-5)]\times[(-8)-3+2]\times[(-10)+9-8+7]}{[4-8+(-2)] \div [11+(-13)]}$$

$$= \frac{(7)\times(-9)\times(-2)}{(-6)\div(-2)}$$

$$= \frac{(7)\times(-9)\times(-2)}{3}$$

$\therefore \quad a = 42$

โจทย์ถาม ค่าของ $-|a| = -|42| = -(42) = -42$

$\therefore \quad -|a| = -42$ Ans

6. ตอบ 1.

ก. ถูกต้อง เพราะ π ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนใดๆ เป็นทศนิยมไม่ซ้ำ มีประมาณ 3.141592...

π จึงเป็นจำนวนอตรรกยะ ส่วน $\frac{22}{7}$ เขียนอยู่ในรูปเศษส่วน จึงเป็นจำนวนตรรกยะ

ข. ผิด เพราะ $\sqrt{\text{จำนวนลบ}}$ ไม่เป็นจำนวนจริง จะเรียกว่า จำนวนจินตภาพ

ค. ผิด เพราะ 1.23444... สามารถเขียนอยู่ในรูปเศษส่วนได้เป็น $1\frac{211}{900}$ ซึ่งทศนิยมซ้ำ

จะเขียนในรูปเศษส่วนได้ จึงจัดเป็นจำนวนตรรกยะ

ง. ผิด เพราะ สำหรับ 3.45456708124... เป็นทศนิยมไม่ซ้ำไม่รู้จบ จึงเป็นจำนวนอตรรกยะ

b จะเป็นจำนวนเต็มศูนย์ไม่ได้ ต้องเป็น $\frac{a}{b}$ โดย $b \neq 0$ จึงเป็นจำนวนตรรกยะ

$\therefore$ ข้อ ก. ถูกข้อเดียว

7. ตอบ 1

วิธีทำ $[(\sqrt{180}+3\sqrt{7})(6\sqrt{5}-\sqrt{63})-(7\sqrt{11}-23)(\sqrt{539}+23)]-\frac{2\sqrt{432}}{\sqrt{3}}$

$=[(6\sqrt{5}+3\sqrt{7})(6\sqrt{5}-3\sqrt{7})-(7\sqrt{11}-23)(7\sqrt{11}+23)]-2\sqrt{\frac{432}{3}144}$

ใช้สูตร ผลต่างกำลังสอง $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ (จากบท แยกตัวประกอบของพหุนาม)

$=[(6\sqrt{5})^2+(3\sqrt{7})^2-(7\sqrt{11})^2-(23^2)]-2\sqrt{144}$

$=[(36\times5)-(9\times7)-(49\times11)-(529)]-(2\times12)$

$=[(180-63)-(539-529)]-24$

$=117-10-24$

$=83$ Ans

8. ตอบ 4

1. ผิด เพราะ รากที่สองของจำนวนจริงบวกใดๆ จะมีสองราก คือ รากที่เป็นบวก และรากที่เป็นลบ ข้อนี้ที่ถูกคือ รากที่ 2 ของ $16x^2y^2$ เท่ากับ $\sqrt{16x^2y^2}$ และ $-\sqrt{16x^2y^2}$

2. ผิด เพราะ รากที่ 3 ของ -125 จะเป็นคำตอบที่เป็นค่าลบเท่านั้น ที่ถูกคือ รากที่ 3 ของ -125 เท่ากับ -5

3. ผิด เพราะ จากนิยาม $\sqrt[n]{a^n}=|a|$ ที่ถูกคือ $\sqrt[8]{(-7)^8}=|-7|=7$
↳ เมื่อ n เป็นเลขคู่ เช่น $a<0$

4. ถูกต้อง เพราะ จากนิยาม $\sqrt[n]{a^n}=a$ ดังนั้น $\sqrt[3]{(-4)^3}=-4$ จึงถูกต้อง
↳ เมื่อ n เป็นเลขคี่ เช่น $a<0$

9 ตอบ 3

วิธีทำ จากโจทย์ $\sqrt[3]{abc}=4$

ยกกำลัง 3 ทั้งสองข้าง จะได้

$(\sqrt[3]{abc})^3=4^3$

$\therefore abc=64$

และ $\sqrt[4]{abcd}=2\sqrt{10}$

ยกกำลัง 4 ทั้งสองข้าง จะได้

$(\sqrt[4]{abcd})^4=(2\sqrt{10})^4$

$abcd=(2\sqrt{10})(2\sqrt{10})(2\sqrt{10})(2\sqrt{10})$

$=(4\times10)(4\times10)$

$\therefore abcd=1,600$

(มีต่อ)

9. (ต่อ)

กำหนดให้ $abc = 64$ —(1)

$abcd = 1,600$ —(2)

นำ (2)/(1) จะได้ $\frac{abcd}{abc} = \frac{1,600}{64}$ 25

$d = 25$

$\therefore d = 25$ Ans

10. ตอบ 4

1. ผิด เพราะ ตามนิยาม ถ้า $a < 0$ แล้ว $|a| = -a$ เช่น
$|-5| = -(-5) = 5$

2. ผิด เพราะ รากที่สองของ a จะมีสองค่า คือ $\sqrt{a}$ และ $-\sqrt{a}$

3. ผิด เพราะ ถ้าให้ $a = \frac{1}{2}$ $a^2 = \frac{1}{4}$ ซึ่ง $a^2 < a$
ดังนั้น $a^2 \not> a$ จึงไม่เป็นจริง

4. ถูก เพราะ เป็นไปตามนิยาม $\sqrt{a^2} = |a|$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ

11. ตอบ 1

ห.ร.ม. ของเศษส่วน = $\frac{\text{ห.ร.ม ของเศษ}}{\text{ค.ร.น ของส่วน}}$

หา ห.ร.ม ของเศษ ได้ดังนี้

(5)	5	10	5
	1	2	1

ห.ร.ม ของเศษ = 5

หา ค.ร.น ของส่วน ได้ดังนี้

(2)	12	16	4
(2)	6	8	2
	(3)	(4)	1

ค.ร.น ของส่วน คือ $2 \times 2 \times 3 \times 4 = 48$

$\therefore$ ห.ร.ม ของเศษส่วน = $\frac{5}{48}$ (ปิดต่อ)

ค.ร.น ของเศษส่วน $= \frac{\text{ค.ร.น ของเศษ}}{\text{ห.ร.ม ของส่วน}}$

หา ค.ร.น ของเศษ

$$\begin{array}{r|lll} 5 & 5 & 10 & 5 \\ \hline & 1 & 2 & 1 \end{array}$$

ค.ร.น ของเศษ คือ $5 \times 2 = 10$

และ ห.ร.ม ของส่วน

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 12 & 16 & 4 \\ \hline 2 & 6 & 8 & 2 \\ \hline & 3 & 4 & 1 \end{array}$$

ห.ร.ม ของส่วน คือ $2 \times 2 = 4$

$\therefore$ ค.ร.น ของเศษส่วน $= \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

$\therefore$ ผลต่าง ของ ค.ร.น และ ค.ร.น ของ $\frac{5}{12}, \frac{10}{16}, \frac{5}{4}$ คือ เท่ากับ

$$\frac{5}{2} - \frac{5}{48} = \frac{(5 \times 24) - 5}{48}$$

$$= \frac{120 - 5}{48} = \frac{115}{48} \quad \text{Ans}$$

12 ตอบ 1.

$$2a\sqrt{\frac{7}{a}} - 3\sqrt{7a} + 7\sqrt{\frac{a}{7}} = 2a\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} - 3\sqrt{7a} + 7\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$

$$= \frac{2a\sqrt{7a}}{a} - 3\sqrt{7a} + \frac{7\sqrt{7a}}{7}$$

$$= 2\sqrt{7a} - 3\sqrt{7a} + \sqrt{7a}$$

$$= 0 \quad \text{Ans}$$

13. ตอบ 2.

ตัดเชือกทั้ง 5 เส้น ออกเป็นเส้นสั้นๆ ยาวเท่ากัน ให้ยาวมากที่สุดเท่าที่จะตัดทอนได้ หาได้โดย หา ห.ร.ม. ของความยาวเชือกทั้ง 5 เส้น ดังนี้

$$\begin{array}{r|lllll} 10 & 40 & 90 & 120 & 180 & 250 \\ \hline & 4 & 9 & 12 & 18 & 25 \end{array}$$

ห.ร.ม. ของความยาวเชือกทั้ง 5 เส้น เท่ากับ 10

จะตัดเชือกแต่ละเส้นได้ความยาวเท่ากันเส้นละ 10 เมตร ดังนี้

เชือกเส้นแรก ยาว 40 เมตร ตัดออกเส้นละ 10 เมตร ได้ 4 เส้น

เชือกเส้นที่ 2 ยาว 90 เมตร ตัดออกเส้นละ 10 เมตร ได้ 9 เส้น

เชือกเส้นที่ 3 ยาว 120 เมตร ตัดออกเส้นละ 10 เมตร ได้ 12 เส้น

เชือกเส้นที่ 4 ยาว 180 เมตร ตัดออกเส้นละ 10 เมตร ได้ 18 เส้น

เชือกเส้นที่ 5 ยาว 250 เมตร ตัดออกเส้นละ 10 เมตร ได้ 25 เส้น

∴ จะได้เส้นเชือกใหม่ $4 + 9 + 12 + 18 + 25 = 68$ เส้น Ans

14. ตอบ 2.

จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 10 เหลือเศษ 8 หารด้วย 8 เหลือเศษ 6 หารด้วย 6 เหลือเศษ 4 หารด้วย 4 เหลือเศษ 2

นำตัวหารได้แก่ 10, 8, 6, 4 มาหา ค.ร.น.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 10, 8, 6, 4 \\ \hline 2 & 5, 4, 3, 2 \\ \hline 2 & 5, 2, 3, 1 \\ \hline 3 & 5, 1, 3, 1 \\ \hline 5 & 5, 1, 1, 1 \\ \hline & 1, 1, 1, 1 \end{array}$$

∴ ค.ร.น. ของ 10, 8, 6, 4 $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

นำเศษจากการหารได้แก่ 8, 6, 4, 2 มาหา ห.ร.ม.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8, 6, 4, 2 \\ \hline & 4, 3, 2, 1 \end{array}$$

∴ ห.ร.ม. ของ 8, 6, 4, 2 $= 2$

∴ เลขจำนวนนั้น เท่ากับ $120 - 2 = 118$ Ans

15. Mou 2

$$\sqrt[4]{16a^8b^{16}} - \left(\sqrt[3]{27a^6b^{12}} - \sqrt{64a^8}\right)$$

$$= (16a^8b^{16})^{\frac{1}{4}} - \left[(27a^6b^{12})^{\frac{1}{3}} - (64a^8)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$= (2^4a^8b^{16})^{\frac{1}{4}} - \left[(3^3a^6b^{12})^{\frac{1}{3}} - (8^2a^8)^{\frac{1}{2}}\right]$$

$$= 2a^2b^4 - (3a^2b^4 - 8a^4)$$

$$= 2a^2b^4 - 3a^2b^4 + 8a^4$$

$$= -a^2b^4 + 8a^4$$ Ans

เลขยกกำลัง

1. ตอบ 4.

$$\frac{(6x^3)(3x^2)}{2(3x^3)(x^{-2})^2} = \frac{(6\times3)(x^3\cdot x^2)}{6x^3x^{-4}}$$

$$= \frac{\cancel{18}^{3}(x^{3+2})}{\cancel{6}x^{3+(-4)}}$$

$$= \frac{3x^5}{x^{-1}}$$

$$= 3x^{5-(-1)}$$

$$= 3x^6 \quad \text{Ans}$$

2. ตอบ 1

จากโจทย์ $a = \frac{15}{16}$ $b = \frac{24}{25}$ $c = \frac{80}{81}$

$$12a^7b^5c^3 = 12\left(\frac{15}{16}\right)^7\left(\frac{24}{25}\right)^5\left(\frac{80}{81}\right)^3$$

$$= 12\left(\frac{3\times5}{2^4}\right)^7\left(\frac{2^3\times3}{5^2}\right)^5\left(\frac{5\times2^4}{3^4}\right)^3$$

$$= 12\left(\frac{3^7\times5^7}{2^{28}}\right)\left(\frac{2^{15}3^5}{5^{10}}\right)\left(\frac{5^3\times2^{12}}{3^{12}}\right)$$

$$= 12\left(3^{7+5-12}\right)\left(5^{7+3-10}\right)\left(2^{15+12-28}\right)$$

$$= 12(3^0)(5^0)(2^{-1})$$

$$= \cancel{12}^{6}(1)(1)\left(\frac{1}{\cancel{2}}\right)$$

$$= 6 \quad \text{Ans}$$

3. MOU 2.

$$\frac{(7\times10^{-11})(6\times10^{24})(7\times10^{22})}{[60\times(6\times10^{6})][60\times(6\times10^{6})]} = \frac{(7\times7)(10^{-11+24+22})}{60\times6\times10^{6}\times60\times6\times10^{6}}$$

$$= \frac{49\times10^{35}}{(6\times10)\times10^{6}\times(6\times10)\times6\times10^{6}}$$

$$= \frac{49\times10^{35}}{216\times10^{6+6+2+1}} = \frac{49\times10^{35}}{216\times10^{14}}$$

$$= 0.22\times10^{35-14}$$

$$= 0.22\times10^{21}$$

$$= 2.2\times10^{-1}\times10^{21}$$

$$= 2.2\times10^{-1+21}$$

$$= 2.2\times10^{20}$$ Ans

4. MOU 3.

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}} = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\cdot x^{\frac{1}{2}}}}}$$

$\rightarrow x^{1+\frac{1}{2}} = x^{\frac{3}{2}}$

$$= \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}}}$$

$$= \sqrt{x\sqrt{x\cdot(x^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}}}}$$

$\rightarrow x^{1}\cdot x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{7}{4}}$

$$= \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{7}{4}}}}$$

$$= \sqrt{x\cdot(x^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}}}$$

$\rightarrow x^{1}\cdot x^{\frac{7}{8}} = x^{\frac{15}{8}}$

$$= \sqrt{x^{\frac{15}{8}}}$$

$$= (x^{\frac{15}{8}})^{\frac{1}{2}}$$

$$= x^{\frac{15}{16}}$$ Ans

5. ตอบ 4.

$$\frac{2^{n+3}}{3^{-n-1}} \times \frac{3^{-n+2}}{5^{-n-1}} \times \frac{2^n - 2^{n-1}}{3\times 2^n - 4\times 2^{n-2}} \times \frac{2^{-n+2}}{5^{n+1}}$$

$4 \to 2^2 \times 2^{n-2}$

$$= \frac{2^{n+3}}{3^{-n-1}} \times \frac{3^{-n+2}}{5^{-n-1}} \times \frac{2^n(1-2^{-1})}{3\times 2^n - 2^{n-2+2}} \times \frac{2^{-n+2}}{5^{n+1}}$$

$$= \frac{2^{n+3}}{3^{-n-1}} \times \frac{3^{-n+2}}{5^{-n-1}} \times \frac{2^n(\frac{1}{2})^{-1=2^{-1}}}{2^n(3-1)} \times \frac{2^{-n+2}}{5^{n+1}}$$

2^1

$$= \frac{(2^{n+3-1+(-n+2)-1})(3^{-n+2-(-n-1)})^{3^{2-(-1)}}}{(5^{-n-1+n+1})}$$

$$= \frac{(2^3)(3^3)}{(5^0)} = \frac{8\times 27}{1}$$

$$= 216 \quad \text{Ans}$$

$\therefore$ ไม่มีข้อใดถูก

6 ตอบ 3.

$$(\tfrac{1}{2})^x (\tfrac{1}{4})^x (\tfrac{1}{8})^x (\tfrac{1}{16})^x = 32$$

$$(\tfrac{1}{2})^x (\tfrac{1}{2^2})^x (\tfrac{1}{2^3})^x (\tfrac{1}{2^4})^x = 2^5$$

$$(\tfrac{1}{2})^x (\tfrac{1}{2})^{2x} (\tfrac{1}{2})^{3x} (\tfrac{1}{2})^{4x} = (\tfrac{1}{2})^{-5}$$

$\therefore$ $x + 2x + 3x + 4x = -5$

$$10x = -5$$

$$x = \frac{-5}{10} \quad \frac{-1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-1}{2} \quad \text{Ans}$$

7. ตอบ 3

หัวใจปกติเต้น 1 ครั้งต่อวินาที

หัวใจจะเต้นทั้งหมดต่อปี เท่ากับ $\Rightarrow$ 60 วินาที $\times$ 60 นาที $\times$ 24 ชั่วโมง $\times$ 365 วัน

$= 31,536,000$ ครั้งต่อปี (7 ตัว)

$= 3.1536 \times 10^7$ ครั้งต่อปี Ans

8. ตอบ 3

จากโจทย์ $2^x = 5$ และ $2^y = 7$

สังเกตช้อยส์ทุกข้อจะมี 7^x และ 5^y $\Rightarrow$ ต้องสร้าง 7^x และ 5^y ขึ้นมาให้ได้ก่อน

$2^x = 5$	$2^y = 7$
นำ y ยกกำลังทั้งสองข้าง จะได้	นำ x ยกกำลังทั้งสองข้าง จะได้
$(2^x)^y = 5^y$	$(2^y)^x = 7^x$
$\therefore 2^{xy} = 5^y$	$\therefore 2^{xy} = 7^x$

จากช้อยส์ ข้อ 1 $7^x + 5^y = 2^{xy+1}$

พิสูจน์ $7^x + 5^y = 2^{xy} + 2^{xy}$

$= 2^{xy}(1+1)$

$= 2^{xy} \cdot 2^1$

$\therefore 7^x + 5^y = 2^{xy+1}$ $\rightarrow$ ถูกต้อง : คำตอบเป็นช้อยส์

จากช้อยส์ ข้อ 2 $7^x - 5^y = 0$

พิสูจน์ $7^x - 5^y = 2^{xy} - 2^{xy}$

$\therefore 7^x - 5^y = 0$ $\rightarrow$ ถูกต้อง : คำตอบเป็นช้อยส์

จากช้อยส์ ข้อ 3 $7^x \times 5^y = 2^{xy}$

พิสูจน์ $7^x \times 5^y = 2^{xy} \times 2^{xy}$

$= 2^{xy+xy}$

$= 2^{2xy}$ $\rightarrow$ คำตอบไม่เป็นช้อยส์ : ผิด

(มีต่อ)

จากข้อย่อย ข้อ 4 $7^x \div 5^y = 1$

พิสูจน์ $\frac{7^x}{5^y} = \frac{2^{xy}}{2^{xy}} = 1$ → ถูกต้อง ∴ คำตอบเหมือนข้อย่อย

∴ ข้อที่ไม่ถูกต้อง คือ ข้อ 3

9. ตอบ 3.

กำหนดให้ $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\ldots\infty}}}} = x$

ยกกำลังสองทั้งสองข้าง จะได้

$$2\underbrace{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\ldots\infty}}}}_{x} = x^2$$

$$2x = x^2$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$$\therefore x = \cancel{0}, 2$$

↳ เป็นไปไม่ได้

$\therefore\therefore \quad x = 2$ Ans

10 ตอบ 2

$A = [8^{\frac{2}{3}} \times 16^{-\frac{1}{4}} \div 4^{\frac{1}{2}}]^n$

$= (2^3)^{\frac{2}{3}} \times (2^4)^{-\frac{1}{4}} \div (2^2)^{\frac{1}{2}}$

$= 2^2 \times 2^{-1} \div 2^1$

$= 2^{2+(-1)-1}$

$= 2^0$

$\therefore A = 1$

$B = [(a^{-3})^{\frac{2}{3}}]^{\frac{1}{2}}[(\sqrt{a^3})^{-2}]^{\frac{1}{3}}$

$= (a^{-1})[((a^3)^{\frac{1}{2}})^{-2}]^{\frac{1}{3}}$

$= (a^{-1})(a^{-1})$

$= a^{-1+(-1)}$

$B = a^{-2}$

$\therefore B = a^{-2}$

$C = (0.0625)^{\frac{1}{4}} + (0.027)^{\frac{1}{3}} + (0.04)^{\frac{1}{2}}$

$= (\sqrt[4]{0.0625}) + (\sqrt[3]{0.027}) + (\sqrt[2]{0.04})$

$= 0.5 + 0.3 + 0.2$

$\therefore C = 1$

$\therefore\therefore \quad A = C = 1$ Ans

11. MOU 3

$$\frac{\sqrt[3]{(-8)^{2n-1}}}{\sqrt{n^2+2n+1}} = 2^{2(n-1)} \cdot (-3)^{-1}$$

$$\frac{\sqrt[3]{((-2)^3)^{2n-1}}}{\sqrt{(n+1)^2}} = 4^{n-1} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$\frac{\sqrt[3]{((-2)^{2n-1})^3}}{n+1} = \frac{-4^{n-1}}{3}$$

$$\frac{(-2)^{2n-1}}{n+1} = -\frac{4^n \cdot 4^{-1}}{3}$$

$$\frac{(-2^{2n}) \cdot (-2)^{-1}}{n+1} = \frac{-4^n}{4 \times 3}$$

$$\frac{4^n}{-2(n+1)} = \frac{-4^n}{12}$$

$$-2(n+1) = \frac{4^{n!} \times 12}{-4^n}$$

$$n+1 = \frac{-12}{-2}$$

$$n+1 = 6$$

$$n = 6-1$$

$$\therefore n = 5 \quad \text{Ans}$$

12. MOU 4.

$$25^x = 3$$

$$(5^2)^x = 3$$

$$5^{2x} = 3$$

ยกกำลัง $\frac{1}{2x}$ ทั้งสองข้าง

$$(5^{2x})^{\frac{1}{2x}} = 3^{\frac{1}{2x}}$$

$$5 = 3^{\frac{1}{2x}} \quad \text{—(1)}$$

จากโจทย์ $15^y = 5$ —(2)

(มีต่อ)

12. (MO)

① = ② $\quad 3^{\frac{1}{2x}} = 15^{y}$

$3^{\frac{1}{2x}} = (5\times 3)^{y}$

$= (3^{\frac{1}{2x}}\times 3)^{y}$ [แทน 5 ด้วย $3^{\frac{1}{2x}}$]

$= (3^{\frac{1}{2x}+1})^{y}$

$= (3^{\frac{1+2x}{2x}})^{y}$

$= (3^{\frac{y+2xy}{2x}})$

$\therefore \quad 3^{\frac{1}{2x}} = 3^{\frac{y+2xy}{2x}}$

ฐานเท่ากัน $\quad \frac{1}{2x} = \frac{y+2xy}{2x}$

$y+2xy = \frac{2x}{2x}$

$y+2xy = 1$

$2xy = 1-y$

$x = \frac{1-y}{2y}$ Ans

13. MOU 3

$A = \frac{4^{2015}\times 3^{2014}}{6^{2014}\times 2^{2015}}$

$= \frac{(2^{2})^{2015}\times 3^{2014}}{(2\times 3)^{2014}\times 2^{2015}}$

$= \frac{2^{4030}\times 3^{2014}}{2^{2014}\times 3^{2014}\times 2^{2015}}$

$= 2^{4030-2014-2015}$

$= 2^{1}$

$A = 2$

$B = \frac{2^{n+4}+2\times 2^{n}}{2\times 2^{n+3}} - 2^{-3}$

$= \frac{2^{n}\cdot 2^{4}+2\times 2^{n}}{2\times 2^{n}\times 2^{3}} - \frac{1}{8}$

$= \frac{2^{n}(2^{4}+2)}{2^{n}\times 16} - \frac{1}{8}$

$= \frac{18}{16} - \frac{1}{8}$

$B = \frac{8}{8} = 1$

$\therefore \quad A+B = 2+1 = 3$ Ans

14. MOU 4

$30(1+2^4)(1+2^8)(1+2^{16})(1+2^{32})(1+2^{64})$

$= 30\boxed{(2^4+1)(2^4-1)}(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$; $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

(2^4-1)

คูณ (2^4-1) แล้ว หารออก ด้วย (2^4-1)

$= 30^2\dfrac{(2^8-1)}{15\ 1}(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$

$= 2(2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$

$= 2(2^{16}-1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$

$= 2(2^{32}-1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$

$= 2(2^{64}-1)(2^{64}+1)$

$= 2(2^{128}-1)$

$= 2^{128+1}-2$

$= 2^{129}-2$ Ans

15. MOU 4.

$A = 3(4^{1279})(5^{2561})$

$= 3(2^2)^{1279}(5^{2561})$

$= 3\times 2^{2558}\ 5^{2558}\times 5^3$

$= 3\times(2\times5)^{2558}\times 125$

$= 375\times 10^{2558}$

$A = 375000\ldots0$ (2558 ตัว)

∴ ผลบวกเลขโดดของทุกหลักใน A $= 3+7+5$

$= 15$ Ans

ทศนิยมและเศษส่วน

1. ตอบ 2

$$\frac{3\frac{1}{3}+8\frac{4}{9}}{6\frac{1}{12}+3\frac{7}{8}} \div \frac{21\frac{1}{7}\times 9\frac{7}{9}}{3\frac{13}{14}\times 4\frac{2}{5}} = \frac{\frac{10}{3}+\frac{76}{9}}{(6+3)+(\frac{1}{12}+\frac{7}{8})} \div \frac{\frac{22}{7}\times\frac{88}{9}}{\frac{55}{14}\times\frac{22}{5}}$$

$$= \frac{\frac{(10\times 3)+76}{9}}{3+\frac{2+(7\times 3)}{24}} \times \frac{\frac{55}{14}\times\frac{22}{5}}{\frac{22}{7}\times\frac{88}{9}}$$

$$= \frac{\frac{106}{9}}{3+(\frac{-19}{24})} \times \frac{1}{2}\times\frac{9}{8}$$

$$= \frac{\frac{106}{9}}{\frac{53}{24}} \times \frac{9}{16}$$

$$= \frac{106}{1}\times\frac{1}{16}\times\frac{24}{53}$$

$$= 3 \quad \text{Ans}$$

2. ตอบ 3

ทศโจทย์ $\frac{15}{17}, \frac{15}{19}, \frac{16}{17}$ และ $\frac{33}{34}$ เรียงจากน้อยไปมากๆ

เปรียบเทียบระหว่าง $\frac{15}{17}$ และ $\frac{16}{17}$ → ส่วนเท่ากัน เศษที่มีค่ามากกว่าจะมีค่ามากกว่า

จะได้ $\frac{15}{17} < \frac{16}{17}$

เปรียบเทียบระหว่าง $\frac{15}{17}$ และ $\frac{15}{19}$ → เศษเท่ากัน ส่วนมากกว่าจะมีค่าน้อย

จะได้ $\frac{15}{19} < \frac{15}{17} < \frac{16}{17}$

เปรียบเทียบระหว่าง $\frac{16}{17}$ และ $\frac{33}{34}$ → หาส่วนให้เท่ากัน $\frac{16\times 2}{17\times 2} = \frac{32}{34}$

จะได้ $\frac{16}{17} < \frac{33}{34}$

ดังนั้น $\frac{15}{19} < \frac{15}{17} < \frac{16}{17} < \frac{33}{34}$ Ans

3. ตอบ 3

$\frac{1}{2}$ ของ $0.\dot{3}$ มีค่าเท่าไร

เปลี่ยน $0.\dot{3}$ ให้เป็นเศษส่วน จะได้ $\frac{3}{9}$

$\frac{1}{2} \times \frac{3}{9} = \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{18}_{6}} = \frac{1}{6}$ → เปลี่ยนให้เป็นทศนิยม โดยการตั้งหาร

```
      0.1666...
 6 /  10
       6
       40
       36
        40
        36
         40
```

∴ $0.1666... = 0.1\dot{6}$ Ans

4. ตอบ 3

$$\frac{(-44.32)+5.78}{0.5-\left(\frac{0.1}{1.11+0.89}\right)} = \frac{-38.54}{0.5-\left(\frac{0.1}{2}\right)}$$

$$= \frac{-38.54}{0.5-0.05}$$

$$= \frac{-38.54}{0.45}$$

หาผลลัพธ์ของ $-38.54 \div 0.45$

นำ 100 คูณทั้งตัวตั้งและตัวหาร จะได้ $-3854 \div 45$

```
        -85.64
 45 / -3854
      -360
        254
        225
         290
         270
          200
          180
```

∴ ได้ผลลัพธ์ $= -85.64$ Ans

5. ตอบ 1.

ถ้า $\frac{5}{6} + \frac{7}{n} = \frac{27}{24}$

$\frac{7}{n} = \frac{27}{24} - \frac{5}{6}$

$\frac{7}{n} = \frac{27-(5\times4)}{24}$

$\frac{7}{n} = \frac{7}{24}$

$\therefore n = 24$

จำนวนนับที่หาร $n = 24$ ลงตัว ได้แก่

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

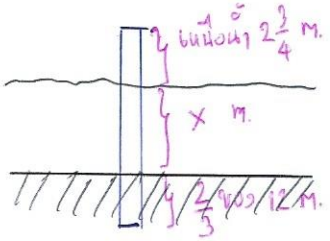
$\therefore$ จำนวนนับที่หาร 24 ลงตัว มีทั้งหมด 8 จำนวน Ans

6. ตอบ 3.

จำนวนในแต่ละข้อสังเกต เป็นจำนวนติดลบทั้งหมด
ยิ่งค่าลบมาก จะมีค่าน้อย ให้เทียบตำแหน่งทศนิยมทีละตัว
จะได้ค่า 3. $-2.220, -2.022, -2.02, -2.0022$ เรียงจากน้อยไปมาก

$\therefore$ ตอบข้อ 3 Ans

7. ตอบ 4



กำหนดให้ ส่วนที่อยู่เหนือโคลนแต่ยังอยู่ใต้น้ำ ยาว x เมตร
ไม้ไผ่ ยาว 12 เมตร แสดงว่า 3 ส่วนในรูป ยาวกันจะเท่ากับ 12

$2\frac{3}{4} + \frac{2}{3}(12) + x = 12$

$\frac{11}{4} + 8 + x = 12$

$x = 12 - 8 - \frac{11}{4}$

$x = 4 - \frac{11}{4}$

$x = \frac{(4\times4)-11}{4}$

$x = \frac{16-11}{4}$

$x = \frac{5}{4}$

$x = 1.25$ เมตร

$\therefore$ ส่วนที่อยู่เหนือโคลนแต่ยังอยู่ใต้น้ำ เท่ากับ 1.25 เมตร Ans

8. ตอบ 2

1. $2.45\dot{1} = 2\frac{457-4}{990}$

$= 2\frac{453}{990}$

$= \frac{(2\times990)+453}{990}$

$= \frac{2433}{990}$

∴ ข้อ 1 ถูกต้อง

2. $2.38\dot{5} = 2\frac{385-38}{900}$

$= 2\frac{347}{900}$

$= \frac{(2\times900)+347}{900}$

$= \frac{2147}{900}$

∴ ข้อ 2 ผิด Ans

3. $2.85\dot{9} < 2.8\dot{8}$

$2.85999\ldots < 2.888\ldots$

ทศนิยมตำแหน่งที่ 2 ของ $2.8\dot{8}$ มากกว่า

∴ ข้อ 3 ถูกต้อง

4. เลขโดดในทศนิยมตำแหน่งที่ 5 ของ $0.\dot{1}3\dot{7}$ คือ 3

$0.\dot{1}3\dot{7} = 0.137137$

ทศนิยมตำแหน่งที่ 5 = 3

∴ ข้อ 4 ถูกต้อง

9. ตอบ 2

$\left(\frac{4}{4.5} + 0.\dot{7}\right) \times \left(\frac{22}{30} \times 0.\dot{0}\dot{9}\right)$

$= \left(\frac{4}{4.5} + \frac{7}{9}\right) \times \left(\frac{\cancel{22}^{\,2}}{\cancel{30}_{\,15}} \times \frac{91}{\cancel{99}_{\,11}}\right)$

$= \frac{(4\times2)+7}{9} \times \frac{1}{15}$

$= \frac{\cancel{15}}{9} \times \frac{1}{\cancel{15}} = \frac{1}{9}$

$= 0.111\ldots = 0.\dot{1}$ Ans

10 ตอบ 3

$$\frac{54}{19} = 2 + \frac{16}{19}$$

$$= 2 + \frac{1}{\frac{19}{16}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{3}{16}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{16}{3}}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{5 + \frac{1}{3}}}$$

$\therefore x = 1, y = 5, z = 3$

$\therefore x + y + z = 1 + 5 + 3$

$= 9$ Ans

11 ตอบ 3

$$a * b = ab + a + b$$

$$1 * \frac{1}{2} = (1)(\frac{1}{2}) + 1 + \frac{1}{2} = 2$$

$$1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} = (2)(\frac{1}{3}) + 2 + \frac{1}{3} = 3$$

$$1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \frac{1}{4} = 3(\frac{1}{4}) + 3 + \frac{1}{4} = 4$$

$\vdots$

ดังนั้น $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \frac{1}{4} * \dots * \frac{1}{2554} = 2,554$ Ans

12. MOV 4.

$$1+\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{1+\cfrac{3}{1-\frac{4}{5}}}} = 1+\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{1+\cfrac{3}{\frac{5-4}{5}}}} = 1+\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{1+\cfrac{3}{\frac{1}{5}}}}$$

$$= 1+\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{1+(3\times 5)}} = 1+\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{1+15}}$$

$$= 1+\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{16}} = 1+\cfrac{1}{\frac{16-2}{16}}$$

$$= 1+\cfrac{1}{\frac{14}{16}} = 1+\frac{16}{14}$$

$$= \frac{14+16}{14} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7} \quad \text{Ans}$$

13. MOV 2.

$$\left(2\tfrac{1}{4}-1\tfrac{3}{8}\right)\left(\tfrac{16}{21}\right)-\left(\frac{1.44}{1.2}\times\frac{0.0004}{0.0002}\right)$$

$$= \left(\frac{9}{4}-\frac{11}{8}\right)\left(\frac{16}{21}\right)-(1.2\times 2)$$

$$= \frac{(18-11)}{8}\left(\frac{16}{21}\right)-2.4$$

$$= \frac{7}{8}\times\frac{16^{2}}{21_{3}}-2.4$$

$$= \frac{2}{3}-2.4$$

$$= \frac{2}{3}-\frac{24}{10} = \frac{(2\times 10)-(24\times 3)}{30}$$

$$= \frac{20-72}{30} = -\frac{52}{30} = -\frac{26}{15} \quad \text{Ans}$$

14. ตอบ 4.

ข้อ 1 ข้อนี้ ผิด เพราะ $3.984 \times 0.872 = 3.474048$

ข้อ 2 ข้อนี้ ผิด เพราะ $3.084 \div 0.872 = 3.536697247706\ldots$

ข้อ 3 ข้อผิด เพราะ $\sqrt{0.625} \approx 0.791$

ข้อ 4 ข้อนี้ถูกต้อง Ans $3.125 - 2.584 = 1.541$ ✓

15. ตอบ 3.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \ldots + \frac{1}{195}$$

$$= \left(1 - \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{3}{5} - \frac{4}{7}\right) + \left(\frac{4}{7} - \frac{5}{9}\right) + \left(\frac{5}{9} - \frac{6}{11}\right) + \left(\frac{6}{11} - \frac{7}{13}\right) + \left(\frac{7}{13} - \frac{8}{15}\right)$$

$$= 1 - \cancel{\frac{2}{3}} + \cancel{\frac{2}{3}} - \cancel{\frac{3}{5}} + \cancel{\frac{3}{5}} - \cancel{\frac{4}{7}} + \cancel{\frac{4}{7}} - \cancel{\frac{5}{9}} + \cancel{\frac{5}{9}} - \cancel{\frac{6}{11}} + \cancel{\frac{6}{11}} - \cancel{\frac{7}{13}} + \cancel{\frac{7}{13}} - \frac{8}{15}$$

$$= 1 - \frac{8}{15} = \frac{15-8}{15} = \frac{7}{15}$$ Ans

การประมาณค่า

1. ตอบ 2

ค่าประมาณเต็มสิบ ของ 37,254 ↓ คือ 37,250
ค่าประมาณเต็มร้อย ของ 37,254 ↑ คือ 37,300
ค่าประมาณเต็มพัน ของ 37,254 ↓ คือ 37,000

∴ ตอบ 37,250, 37,300, 37,000 Ans

2. ตอบ 4

จำนวนเต็มแสน ของ 82,368,498 ↑ คือ 82,400,000

3. ตอบ 1

ค่าประมาณเต็มพัน ของ 74,513 ↑ คือ 75,000
ค่าประมาณเต็มร้อย ของ 74,513 ↓ คือ 74,500

∴ ค่าประมาณเต็มพัน − ค่าประมาณเต็มร้อย
= 75,000 − 74,500 = 500 Ans

4. ตอบ 2

ค่าประมาณเต็มหมื่น ของ 938,278 ↑ คือ 940,000
ค่าประมาณเต็มพัน ของ 938,278 ↓ คือ 938,000

∴ ค่าประมาณเต็มหมื่น − ค่าประมาณเต็มพัน
= 940,000 − 938,000 = 2,000 Ans

5. ตอบ 3

1. ค่าประมาณเต็มพัน ของ 8,400 คือ 8,000
2. ค่าประมาณเต็มพัน ของ 8,450 คือ 8,000
3. ค่าประมาณเต็มพัน ของ 8,500 คือ 9,000 → ค่าน้อยสุด ที่ มีค่าประมาณเต็มพัน คือ 9,000
4. ค่าประมาณเต็มพัน ของ 8,550 คือ 9,000

∴ x = 8,500 Ans

6. ตอบ 2

$[(45,879 - 20,103) \div 9.8] - (89 \times 21)$

$\approx [(46,000 - 20,000) \div 10] - (90 \times 20)$

$\approx [26,000 \div 10] - 1,800$

$\approx 2,600 - 1,800$

≈ 800 Ans

7. ตอบ 2.

$5.8 + 10.1 - 3.7 \approx 6 + 10 - 4$

$\approx 16 - 4$

≈ 12 Ans

8. ตอบ 1.

ค่าประมาณจำนวนเต็มของ 486.93527 คือ 487

ค่าประมาณทศนิยม 2 ตำแหน่งของ 486.93527 คือ 486.94

∴ ตอบ 487 และ 486.94 Ans

9. ตอบ 1.

เจนนิสมีน้ำหนัก 62.5 กก. ≈ 63 กก.

∴ เพลงปรางน้ำหนักเป็น $\frac{2}{3}$ ของเจนนิส $= \frac{2}{3} \times 63 = 42$ กิโลกรัม Ans

10. ตอบ 3.

รถยนต์ราคา 1,990,000 บาท ≈ 2,000,000 บาท

ลดอยู่ 15%. ∴ ซื้อรถยนต์ในราคา $2,000,000 \times \frac{85}{100}$

$= 1,700,000$ บาท Ans

11. ตอบ 1.

32.651 ≈ 32.65
0.956 ≈ 0.96
10.409 ≈ 10.41
} ประมาณค่าทศนิยม 2 ตำแหน่ง

∴ ข้อ 1 ถูกต้อง $(32.65 \times 0.96) + 10.41$ Ans

12. ตอบ 1.

รถบรรทุก บรรทุกอิฐได้ 2,140 ก้อน

ถ้าบรรทุกอิฐ 12,320 ก้อน

จะบรรทุกได้ $\frac{12,320}{2,140} = 5.757$ เที่ยว

≈ 6 เที่ยว Ans

13. ตอบ 4.

ข้อ 4 $\frac{8}{7} \approx 2$ ไม่ถูกต้อง เพราะ $\frac{8}{7} = 1.14285\ldots$ $\therefore \frac{8}{7} \approx 1$

14. ตอบ 4.

มนัสเดินทาง 1,750 เมตร ใช้เวลา 20 นาที

ก้านมนัสเดินทาง 3,000 เมตร ใช้เวลา $\frac{3,000 \times 20}{1,750} = 34.286$ นาที

≈ 30 นาที

หรือ ลองคิดง่ายๆ ว่าดังนี้

มนัสเดินทาง ประมาณ 2 กิโลเมตร ใช้เวลา 20 นาที

มนัสเดินทาง 3 กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{20 \times 3}{2} \approx 30$ นาที Ans

15. ตอบ 3.

ราคาเครื่องซักผ้า ต้องราคาไม่ $8,900$ บาท $\approx 9,000$ บาท

ลด 12% $\rightarrow$ $\frac{9,000 \times 12}{100} = 1,080$

$\approx 1,000$ บาท

ดังนั้นเครื่องเงินไม่ต่ำกว่า $\frac{88}{100} \times 9,000 = 7,920$

$\approx 8,000$ บาท

$\therefore$ ต่างกัน 1,000 บาท ดังนั้นเงินไม่ต่ำกว่า 8,000 บาท Ans

พหุนาม และ การบวกลบพหุนาม

1. ตอบ 2.

1. ผิด เพราะ เอกพจน์ เป็นผลคูณระหว่างค่าคงตัวใดๆ กับตัวแปร ที่มีเลขชี้กำลังเป็น 0 หรือ เป็นจำนวนเต็มบวกเท่านั้น 3 ตัวในข้อนี้ ไม่ใช่เอกนาม

2. ถูกต้อง เพราะ พหุนาม คือ นิพจน์ที่อยู่ในรูปเอกนาม หรือ ผลบวกของเอกนามตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป 12 เป็นเอกนาม และ พหุนาม ($12x^0$) และ $12+a$ เป็นพหุนาม

3. ผิด เพราะ ข้อนี้ มีพจน์แรก ไม่ใช่เอกนาม $3a^4b^{-2}$ จึงไม่เป็นพหุนาม

4. ผิด เพราะ 4 เป็นเอกนามที่มีดีกรีเป็น 0 เนื่องจาก $4x^0$

∴ ข้อ 2 ถูกต้อง Ans

2. ตอบ 4

1. กล่าวถูกต้อง เพราะ มีดีกรีเป็น 4 เท่ากัน

2. กล่าวถูกต้อง เพราะ 5^0 และ x^0 เมื่อ x เป็นจำนวนใดๆ จะเป็น 1 และ 1 ดังนั้น จะมีตัวแปรเป็น x^0 เหมือนกัน ($1x^0$ และ $1x^0$) จึงเป็นเอกนามที่คล้ายกัน

3. กล่าวถูกต้อง เพราะ มีตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเหมือนกันทั้งหมด จึงเป็นเอกนามที่คล้ายกัน

4 กล่าวผิด เพราะ a มีตัวแปรคือ a และมีดีกรีเป็น 1
ส่วน 1 มีตัวแปรที่มีดีกรี (เลขชี้กำลัง) เป็น 0
ดังนั้น จึงไม่เป็นเอกนามคล้ายกัน

∴ ข้อ 4 กล่าวผิด Ans

3. ตอบ 1

หาผลบวกพหุนาม 3 พหุนาม จะได้

$$(3y^2+6x^2y-5xy^2-2x^3+4xy)+(-3x^2y-4xy^2-5xy+4x^3)$$
$$+(xy-2xy^2-7x^3)$$
$$=3y^2+3x^2y-11xy^2-5x^3+0$$
$$=3y^2+3x^2y-11xy^2-5x^3$$

(มีต่อ)

3. (ต่อ)

นำพหุนามแรกในโจทย์ ลบกับ ผลบวก ของ พหุนามทั้งสาม จะได้

$$(-2y^2 - 4x^2y - 11xy^2 + 3x^3) - (3y^2 + 3x^2y - 11xy^2 - 5x^3)$$

$$= -2y^2 - 4x^2y - 11xy^2 + 3x^3 - 3y^2 - 3x^2y + 11xy^2 + 5x^3$$

$$= -5y^2 - 7x^2y + 8x^3$$

$\therefore$ $8x^3 - 5y^2 - 7x^2y$ Ans

4. ตอบ 3

$$\begin{array}{r} 4y + 3 \\ 3y^2 - 2 \overline{)\,12y^3 + 9y^2 - 5y + 2} \\ \underline{12y^3 \quad\quad - 8y} \\ 9y^2 + 3y + 2 \\ \underline{9y^2 \quad\quad - 6} \\ 3y + 8 \end{array}$$

$\therefore$ $4y + 3$ และ $3y + 8$ Ans

5. ตอบ 2

จากโจทย์ จะได้ว่า สมการ ตัวตั้ง = (ตัวหาร × ผลหาร) + เศษ

เมื่อ ผลหารเป็นพหุนาม และ เศษ เป็น 0 หรือ พหุนามที่มีดีกรีน้อยกว่า ดีกรีของตัวหาร

จากโจทย์ จะได้ A = ตัวตั้ง B = ตัวหาร C = ผลหาร D = เศษ

$$\begin{array}{r} 5x^2 - 6x + 7 \\ 2x + 3 \overline{)\,10x^3 + 3x^2 - 4x + 21} \quad \rightarrow \text{เรียงดีกรีจาก มาก} \rightarrow \text{น้อย} \\ \underline{10x^3 + 15x^2} \\ -12x^2 - 4x \\ \underline{-12x^2 - 18x} \\ 14x + 21 \\ \underline{14x + 21} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore$ $C = 5x^2 - 6x + 7$, $D = 0$ Ans

6. ตอบ 4.

$$\frac{x^2+8x+15}{x^2-1} \times \left[\frac{2x+7}{5x^2+6x-27} + \frac{9}{4x+12} \right]$$

แยกตัวประกอบ

$$= \frac{(x+3)(x+5)}{(x-1)(x+1)} \times \left[\frac{2x+7}{(5x-9)(x+3)} + \frac{9}{4(x+3)} \right]$$

$$= \frac{(x+5)}{(x-1)(x+1)} \times \left[\frac{(x+3)(2x+7)}{(5x-9)(x+3)} + \frac{(x+3)\cdot 9}{4(x+3)} \right]$$

$$= \frac{(x+5)}{(x-1)(x+1)} \times \left[\frac{2x+7}{5x-9} + \frac{9}{4} \right]$$

$$= \frac{(x+5)}{(x-1)(x+1)} \times \left[\frac{(2x+7)4}{(5x-9)4} + \frac{9(5x-9)}{4(5x-9)} \right]$$

$$= \frac{(x+5)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{8x+28+45x-81}{20x-36}$$

$$= \frac{(x+5)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{53x-53}{20x-36}$$

$$= \frac{(x+5)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{53(x-1)}{20x-36}$$

$$= \frac{53(x+5)}{(x+1)(20x-36)}$$

$$= \frac{53x+265}{20x^2-16x-36}$$ Ans

7. ตอบ 2.

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{1-x^2} = \frac{8}{x+1} \quad \text{โดยที่ } x \neq 1, -1$$

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{(1-x)(1+x)} = \frac{8}{x+1}$$

$$\frac{x}{x-1} - \frac{2}{-(x-1)(x+1)} = \frac{8}{x+1}$$

$$\frac{x}{x-1} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{8}{x+1}$$

คูณ $(x-1)(x+1)$ ตลอดทั้งสมการ

$$\frac{x}{x-1}(x-1)(x+1) + \frac{2}{(x-1)(x+1)}(x-1)(x+1) = \frac{8}{x+1}(x-1)(x+1)$$

$$x(x+1) + 2 = 8(x-1)$$

$$x^2 + x + 2 = 8x - 8$$

$$x^2 + x - 8x + 2 + 8 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-5)(x-2) = 0$$

$x - 5 = 0$ หรือ $x - 2 = 0$

$x = 5$ $\quad x = 2$

ตรวจคำตอบสมการ

แทน $x=5$ ในสมการ

$$\frac{5}{5-1} - \frac{2}{1-5^2} = \frac{8}{5+1}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{2}{-24} = \frac{8}{6}$$

$$\frac{5}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{3}$$

คูณ 12 ทั้งสมการ

$$\frac{5}{4}(12) + \frac{1}{12}(12) = \frac{4}{3}(12)$$

$$15 + 1 = 16$$

$16 = 16$

∴ สมการนี้เป็นจริง

แทน $x=2$ ในสมการ

$$\frac{2}{2-1} - \frac{2}{1-2^2} = \frac{8}{2+1}$$

$$2 - \frac{2}{-3} = \frac{8}{3}$$

$$2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

คูณ 3 ทั้งสมการ

$$2(3) + \frac{2}{3}(3) = \frac{8}{3}(3)$$

$$6 + 2 = 8$$

$8 = 8$

∴ สมการนี้เป็นจริง

∴ $x = 2, 5$ Ans

8. ตอบ 2

ถ้าเปิดท่อใหญ่ท่อเดียว ใช้เวลา x นาที

ถ้าเปิดท่อเล็กท่อเดียว ใช้เวลา $x+16$ นาที

ในเวลา 1 นาที ท่อใหญ่เติมน้ำได้ $\frac{1}{x}$

ในเวลา 1 นาที ท่อเล็กเติมน้ำได้ $\frac{1}{x+16}$

เมื่อเปิด 2 ท่อ จะเติมได้ $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+16}$ ใน 1 นาที

เมื่อเปิด 2 ท่อ ใน 1 นาที จะเติม $\frac{1}{15}$

จะได้สมการ $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+16}=\frac{1}{15}$

คูณ $(15x)(x+16)$ ตลอดสมการ

$$\frac{1}{x}(15x)(x+16)+\frac{1}{x+16}(15x)(x+16)=\frac{1}{15}(15x)(x+16)$$

$$15(x+16)+15x = x(x+16)$$

$$15x+240+15x = x^2+16x$$

$$30x+240 = x^2+16x$$

$$x^2+16x-30x-240 = 0$$

$$x^2-14x-240 = 0$$

$$(x-24)(x+10) = 0$$

$$x = 24, -10$$

↳ x เป็นนาที ห้ามเป็นลบ + เท่านั้น

ตรวจคำตอบสมการ

แทน $x=24$ ในสมการ

$$\frac{1}{24}+\frac{1}{24+16}=\frac{1}{15}$$

$$\frac{1}{24}\times\frac{5}{5}+\frac{1}{40}\times\frac{3}{3}=\frac{1}{15}\times\frac{8}{8}$$

$$\frac{5+3}{120}=\frac{8}{120}$$

$$\frac{8}{120}=\frac{8}{120}$$

∴ สมการนี้เป็นจริง

ข้อ ถ้าเปิดท่อใหญ่ท่อเดียว จะใช้เวลา 24 นาที Ans

9. MOU 1

$$\frac{a-2}{a-1} + \frac{1}{a^2-1} - \frac{2}{a+1} + \frac{a+1}{1-a}$$

$$= \frac{a-2}{a-1} + \frac{1}{(a-1)(a+1)} - \frac{2}{a+1} \quad \boxed{+\frac{a+1}{1-a}} \rightarrow \frac{a+1}{-(a-1)} \rightarrow -\frac{a+1}{a-1}$$

$$= \frac{(a-2)(a+1)}{(a-1)(a+1)} + \frac{1}{(a-1)(a+1)} - \frac{2(a-1)}{(a+1)(a-1)} - \frac{(a+1)(a+1)}{(a-1)(a+1)}$$

$$= \frac{a^2-2a+a-2+1-2a+2-(a^2+2a+1)}{(a-1)(a+1)}$$

$$= \frac{a^2-2a+a-2+1-2a+2-a^2-2a-1}{(a-1)(a+1)}$$

$$= \frac{-5a}{(a-1)(a+1)}$$

$$= \frac{-5a}{a^2-1} \quad \text{Ans}$$

10 MOU 3

$$\left[\left(\frac{2}{3}x^2z + 2xy + \frac{1}{3}x^2 + 2z^2 + 4xyz + z\right) \times \frac{3}{6xy+3z+x^2}\right] - 1$$

$$= \left[\left(\frac{2}{3}x^2z + \frac{1}{3}x^2\right) + (2xy + 4xyz) + (2z^2+z) \times \frac{3}{6xy+3z+x^2}\right] - 1$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^2(2z+1) + 2xy(1+2z) + z(2z+1) \times \frac{3}{6xy+3z+x^2}\right] - 1$$

$$= \left[(2z+1)\left(\frac{1}{3}x^2 + 2xy + z\right) \times \frac{3}{6xy+3z+x^2}\right] - 1$$

$$= \left[(2z+1)\frac{1}{3}\left(x^2+6xy+3z\right) \times \frac{3}{6xy+3z+x^2}\right] - 1$$

$$= 2z + 1 - 1$$

$$= 2z \quad \text{Ans}$$

11. ตอบ 2

$$(x^2+2x+2)^2 = x^2+2x+8$$

กำหนดให้ $A = x^2+2x$ จะได้

$$(A+2)^2 = A+8$$

$$A^2+4A+4 = A+8$$

$$A^2+4A+4-A-8 = 0$$

$$A^2+3A-4 = 0$$

$$(A+4)(A-1) = 0$$

$A+4 = 0$ หรือ $A-1 = 0$

$x^2+2x+4 = 0$ หรือ $x^2+2x-1 = 0$

หาค่า x โดยใช้สูตร $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

▶ หา x ของ x^2+2x+4 โดย $a=1,\ b=2\ \ c=4$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4(1)(4)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

→ ไม่รวมเพราะหาค่าไม่ได้ เพราะ $\sqrt{-12}$ ไม่ใช่จำนวนจริง

▶ หา x ของ x^2+2x-1 โดย $a=1,\ b=2,\ c=-1$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4(1)(-1)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{-2}{2} \pm \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{2}$$

$$= -1+\sqrt{2},\ -1-\sqrt{2}$$

หาผลคูณของ x

$$(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})$$

$$= (-1)^2-(\sqrt{2})^2$$

$$= 1-2$$

$$= -1$$ Ans

12. ตอบ 2.

$$\begin{array}{r|l} & x^2+3 \\ x+2 & x^3+2x^2+3x+2 \\ & \underline{x^3+2x^2} \\ & 0+3x+2 \\ & \underline{3x+6} \\ & -4 \end{array}$$

$$\therefore \frac{x^3+2x^2+3x+2}{x+2} = x^2+3 \text{ เศษ } -4$$

$$\begin{array}{r|l} & x^2 \\ x+2 & x^3+2x^2+a \\ & \underline{x^3+2x^2} \\ & a \end{array}$$

$$\therefore \frac{x^3+2x^2+a}{x+2} = x^2 \text{ เศษ } a$$

จากโจทย์ x^3+2x^2+3x+2 และ x^3+2x^2+a ต่างหาร $x+2$ เหลือเศษเท่ากัน

∴ $a = -4$ Ans

13. ตอบ 4

$$f(x) = y = \frac{2x-1}{3x+2}$$

$$y(3x+2) = 2x-1$$

$$3xy+2y = 2x-1$$

$$2x-3xy = 2y+1$$

$$x(2-3y) = 2y+1$$

$$x = \frac{2y+1}{2-3y} = \frac{1+2y}{2-3y}$$

∴ เขียน x ในรูปของ y ได้ $x = \frac{1+2y}{2-3y}$ Ans

14. ตอบ 2

$$\frac{19x-8}{2x^2-x-21} = \frac{A}{2x-7} + \frac{B}{x+3}$$

$$\boxed{\frac{19x-8}{2x^2-x-21}} = \frac{A(x+3)+B(2x-7)}{(2x-7)(x+3)} = \boxed{\frac{A(x+3)+B(2x-7)}{2x^2-x-21}}$$

นำตัวเศษมาเท่ากันกัน จะพิจารณา

$$A(x+3)+B(2x-7) = 19x-8$$

(ต่อ)

14. (ต่อ)

▶ แทน $x = -3$ ในสมการ

$$A(-3+3) + B(2(-3)-7) = 19(-3)-8$$

$$0 + (-13B) = -65$$

$$\therefore B = \frac{-65}{-13} = 5$$

▶ แทน $x = \frac{7}{2}$ ในสมการ

$$A\left(\frac{7}{2}+3\right) + B\left(2\left(\frac{7}{2}\right)-7\right) = 19\left(\frac{7}{2}\right)-8$$

$$\frac{7+6}{2}A + 0 = \frac{133}{2} - 8$$

$$\frac{13}{2}A = \frac{133-16}{2}$$

$$A = \frac{117}{2} \times \frac{2}{13}$$

$$\therefore A = 9$$

$\therefore \sqrt{A} - B = \sqrt{9} - 5 = 3-5 = -2$ Ans

15. ตอบ 4.

$$\begin{array}{r} x^2+2x+1 \\ x^2-2x+1 \overline{)\,x^4+0x^3-2x^2+3x-1} \\ \underline{x^4-2x^3+x^2} \\ 2x^3-3x^2+3x \\ \underline{2x^3-4x^2+2x} \\ x^2+x-1 \\ \underline{x^2-2x+1} \\ 3x-2 \end{array}$$

$\therefore$ เศษจากการหาร x^4-2x^2+3x-1 ด้วย x^2-2x+1 คือ $3x-2$

$\therefore (3x^2-4x+6)(3x-2)$

$= 9x^3-12x^2+18x-6x^2+8x-12$

$= 9x^3-18x^2+26x-12$ Ans

การแยกตัวประกอบของพหุนาม 1

1. ตอบ 4.

1. $12x^2+5x-2 = (4x+1)(3x-2)$ → ผิด
ที่ถูกต้องคือ $12x^2+5x-2 = (4x-1)(3x+2)$

2. $8x^2-26x+15 = (2x-3)(4x-5)$ → ผิด
ที่ถูกต้องคือ $8x^2-26x+15 = (2x-5)(4x-3)$

3. $6x^2-10x-4 = (2x+4)(3x-1)$ → ผิด
ที่ถูกต้องคือ $6x^2-10x-4 = (2x-4)(3x+1)$

4. $-3x^2+10x+8 = (x-4)(-3x-2)$ → ถูกต้อง

∴ ตอบข้อ 4 Ans

2. ตอบ 3

$$\frac{(a^2+b^2+c^2)^2-(a^2-b^2-c^2)^2}{(a^2b^2+a^2c^2)}$$ → ผลต่างกำลังสอง $u^2-v^2=(u-v)(u+v)$

$$= \frac{(a^2+b^2+c^2-(a^2-b^2-c^2))(a^2+b^2+c^2+(a^2-b^2-c^2))}{(a^2b^2+a^2c^2)}$$

$$= \frac{(a^2+b^2+c^2-a^2+b^2+c^2)(a^2+b^2+c^2+a^2-b^2-c^2)}{(a^2b^2+a^2c^2)}$$

$$= \frac{(2b^2+2c^2)(2a^2)}{(a^2b^2+a^2c^2)}$$

$$= \frac{4a^2b^2+4a^2c^2}{(a^2b^2+a^2c^2)}$$

$$= \frac{4(a^2b^2+a^2c^2)}{(a^2b^2+a^2c^2)}$$

$$= 4$$ Ans

3. ตอบ 2

1. $ax^2 + 20x + 25$
ทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $\rightarrow ax^2 + 2(\overset{น}{2x})(\overset{ค}{5}) + 5^2$
จะได้ $(2x)^2 + 2(2x)(5) + 5^2$
$4x^2 + 20x + 25$
$\therefore a = 4$

2. $x^2 - bx + \frac{1}{4}$
ทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $\rightarrow x^2 - 2(\overset{น}{x})(\overset{ค}{\frac{1}{2}}) + (\frac{1}{2})^2$ เมื่อ $b > 0$
จะได้ $x^2 - x + \frac{1}{4}$
$\therefore b = 1$

3. $x^2 - bx + c$
ทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ $\rightarrow x^2 - 2(\overset{น}{x})(\overset{ค}{3}) + (3)^2$
จะได้ $x^2 - 6x + 9$
$\therefore c = 9$

$\therefore a + b + c = 4 + 1 + 9 = 14$ Ans

4. ตอบ 1.

$x^4 - 2ax^2 + a^2 - 2^2$ เมื่อ a เป็นค่าคงที่

$= (x^4 - 2ax^2 + a^2) - 2^2$

$= [(x^2)^2 - 2(x^2)(a) + a^2] - 2^2$ → กำลังสองสมบูรณ์

$= (x^2 - a)^2 - 2^2$ → ผลต่างกำลังสอง

$= (x^2 - a - 2)(x^2 - a + 2)$ Ans

5. ตอบ 3

$x^2 - 2\sqrt{5}x + 4$

$= \left[x^2 - 2(x)(\sqrt{5}) + (\sqrt{5})^2\right] - (\sqrt{5})^2 + 4$

$= (x - \sqrt{5})^2 - 5 + 4$

$= (x-\sqrt{5})^2 - 1^2$

$= (x - \sqrt{5} + 1)(x - \sqrt{5} - 1)$ Ans

6. ตอบ 2

ให้ $P(x) = x^3 - 2x^2 - 13x - 10$

$P(-2) = (-2)^3 - 2(-2)^2 - 13(-2) - 10$ } ใช้ทฤษฎีบทตัวประกอบเพื่อ

$= -8 - 8 + 26 - 10$

$= 0$

$\therefore x - a = x - (-2) = x + 2$

จะได้ว่า $x+2$ เป็นตัวประกอบของ $x^3 - 2x^2 - 13x - 10$

นำ $(x+2)$ ไปหาร $x^3 - 2x^2 - 13x - 10$ เพื่อหาตัวประกอบอีกตัว

$$
\begin{array}{r}
x^2 - 4x - 5 \\
x+2 \overline{)\, x^3 - 2x^2 - 13x - 10} \\
\underline{x^3 + 2x^2} \quad - \\
-4x^2 - 13x \\
\underline{-4x^2 - 8x} \quad - \\
-5x - 10 \\
\underline{-5x - 10} \quad - \\
0
\end{array}
$$

จะได้ $x^3 - 2x^2 - 13x - 10 = (x+2)(x^2 - 4x - 5)$

$$\boxed{x^3 - 2x^2 - 13x - 10 = (x+2)(x-5)(x+1)}$$

ให้ $Q(x) = x^3 - x^2 - 10x - 8$

$Q(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - (10)(-1) - 8$

$= -1 - 1 + 10 - 8$

$= 0$

$\therefore x - a = (x - (-1)) = x + 1$

จะได้ว่า $x+1$ เป็นตัวประกอบของ $x^3 - x^2 - 10x - 8$ (2ตัว)

6. (ต่อ)

นำ $(x+1)$ ไปหาร $x^3-x^2-10x-8$ เพื่อหาตัวประกอบอีกตัว

$$
\begin{array}{r|l}
x+1 & x^2-2x-8 \\
\hline
 & x^3-x^2-10x-8 \\
 & \underline{x^3+x^2} \\
 & -2x^2-10x \\
 & \underline{-2x^2-2x} \\
 & -8x-8 \\
 & \underline{-8x-8} \\
 & 0
\end{array}
$$

∴ ได้ $x^3-x^2-10x-8 = (x+1)(x^2-2x-8)$

$$\boxed{x^3-x^2-10x-8 = (x+1)(x+2)(x-4)}$$

∴ ตัวหารร่วม ของ $x^3-2x^2-13x-10$ กับ $x^3-x^2-10x-8$

คือ $(x+1)(x+2) = x^2+3x+2$ Ans

7. ตอบ 3.

กำหนดให้ จำนวนเต็มบวกนั้น คือ x

$x+21 = m^2$ —① โดยที่ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$x-20 = n^2$ —②

① − ② $(x+21)-(x-20) = m^2-n^2$

$x+21-x+20 = m^2-n^2$

$41 = m^2-n^2$

$1\times 41 = (m+n)(m-n)$

∴ ได้ว่า $m+n = 41$ —③

$m-n = 1$ —④

③ + ④ $(m+n)+(m-n) = 41+1$

$m+n+m-n = 42$

$2m = 42$

$m = 21$

นำ $m=21$ ไปแทนใน ①

$x+21 = (21)^2$

$x = 441-21$

$x = 420$ Ans

8. ตอบ 3

จาก $x+y = 200$

$y = 200-x$

โจทย์ให้ ค่าสูงสุดของ $xy = a$

จะได้ $xy = x(200-x)$

$= 200x - x^2$

$= -(x^2-200x)$

$= -[(x^2-2(100)x+100^2)-100^2]$

$= -(x-100)^2 + 100^2$

$= 100^2 - (x-100)^2$

↳ xy จะมีค่ารูจรุด เมื่อ $(x-100)^2 = 0$ ซึ่ง $(x-100)^2$ จะไม่น้อยกว่า 0 เพราะกำลังสองอยู่

∴ xy จะมีค่ารูจรุด $= 100^2$

$\boxed{a = 10,000}$

โจทย์ให้ ค่าต่ำสุดของ $x^2+y^2 = b$

จาก $x+y = 200$

$(x+y)^2 = 200^2$

$x^2+2xy+y^2 = 40,000$

$x^2+y^2 = 40,000 - 2\boxed{xy}$ → x^2+y^2 จะมีค่าต่ำสุด เมื่อลบด้วยจำนวนค่ารูจรุดนั่นคือ $xy = a = 10,000$

$= 40,000 - 2(10,000)$

$= 40,000 - 20,000$

$x^2+y^2 = 20,000$

∴ $x^2+y^2 = 20,000$

$\boxed{b = 20,000}$

∴ $a+b = 10,000 + 20,000$

$a+b = 30,000$ Ans

9. ตอบ 2

จาก กฎบัญญัติเศษเหลือ

ให้ $p(x) = x^3 - 4x^2 + ax + b$

ถ้า $x-3$ เป็นตัวประกอบของ $p(x)$ แสดงว่า $p(3) = 0$

ดังนั้น $p(3) = 3^3 - 4(3)^2 + a(3) + b$

$0 = 27 - 36 + 3a + b$

$0 = -9 + 3a + b$

$3a + b = 9$ ——①

ถ้า $x+1$ เป็นตัวประกอบของ $p(x)$ แสดงว่า $p(-1) = 0$

ดังนั้น $p(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + a(-1) + b$

$0 = -1 - 4 - a + b$

$0 = -5 - a + b$

$a - b = -5$ ——②

① + ② $(3a + b) + (a - b) = 9 + (-5)$

$3a + b + a - b = 4$

$4a = 4$

$a = 1$

แทน $a = 1$ ใน ②

$1 - b = -5$

$b = 1 + 5$

$b = 6$

$\therefore a + b = 1 + 6 = 7$ Ans

10. ตอบ 4.

จาก $x - y - z = 5$

$(x - (y+z))^2 = 5^2$

$x^2 - 2x(y+z) + (y+z)^2 = 25$

$x^2 - 2xy - 2xz + y^2 + 2yz + z^2 = 25$

$x^2 + y^2 + z^2 - 2xz + 2yz - 2xz = 25$

$x^2 + y^2 + z^2 - 2(xz - yz + xz) = 25$

$x^2 + y^2 + z^2 - 2(11) = 25$

$x^2 + y^2 + z^2 = 25 + 22$

$x^2 + y^2 + z^2 = 47$ Ans

11. ตอบ 3

กำหนดให้ $x^2+y^2+z^2 = a$

$$\sqrt{(x^2+y^2+z^2)(x^2+y^2+z^2+4)+} = \sqrt{a(a+4)+4}$$

$$= \sqrt{a^2+4a+4}$$

$$= \sqrt{a^2+2(a)(2)+2^2}$$

$$= \sqrt{(a+2)^2}$$

$$= a+2$$

$$= x^2+y^2+z^2+2 \quad \text{Ans}$$

12. ตอบ 4.

ต้องเปลี่ยน x ในพจน์ในรูป $x+2$

$$P(x+2) = 3x^2+10x+3 = 3x^2+10x+3+2x-2x+9-9$$

$$= (3x^2+10x+3+2x+9)-2x-9$$

$$= (3x^2+12x+12)-2x-9$$

$$= 3(x+2)^2-2x-9 = 3(x+2)^2-2x-4-5$$

$$= 3(x+2)^2-(2x+4)-5$$

$$= 3(x+2)^2-2(x+2)-5$$

$$\therefore P(x+2) = 3(x+2)^2-2(x+2)-5$$

$$P(x) = 3x^2-2x-5$$

$$\therefore P(2x) = 3(2x)^2-2(2x)-5 = 12x^2-4x-5 \quad \text{Ans}$$

13. ตอบ 1

แยกตัวประกอบ $x^4+4x^3+6x^2+4x+1$ ด้วยทฤษฎีบทเศษเหลือ

$$P(x) = x^4+4x^3+6x^2+4x+1$$

$$P(-1) = (-1)^4+4(-1)^3+6(-1)^2+(4)(-1)+1$$

$$= 1-4+6-4+1 = 0$$

ดังนั้น $(x+1)$ เป็นตัวประกอบของ $P(x)$

(ต่อ)

13. (ต่อ)

หารด้วยวิธี หารสังเคราะห์

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ & & -1 & -3 & -3 & -1 \\ \hline & 1 & 3 & 3 & 1 & 0 \end{array}$$

ผลได้ผลลัพธ์เป็น x^3+3x^2+3x+1

$(x+a)^3 = x^3+3x^2a+3xa^2+a^3$

ดังนั้น $x^4+4x^3+6x^2+4x+1 = (x+1)(x^3+3x^2+3x+1)$

$= (x+1)(x^3+3(x^2)(1)+3(x)(1^2)+1^3)$

$= (x+1)(x+1)^3$

$= (x+1)^4$

$\therefore \sqrt{\frac{x^4+4x^3+6x^2+4x+1}{x^2}} = \sqrt{\frac{(x+1)^4}{x^2}}$

$= \frac{(x+1)^2}{x}$ Ans

14. ตอบ 3

$(9999)^2 = (10,000-1)^2$

$= (10,000)^2 - 2(10,000)(1)+1^2$

$= 100,000,000 - 20,000 + 1$

$= 99,980,001$ Ans

15. ตอบ 3

$a^4+2a^3+a^2-1 = (a^4+2a^3+a^2)-1 = a^2(a^2+2a+1)-1$

$= a^2[a^2+2(a)(1)+1^2]-1$

$= a^2(a+1)^2-1 = [a(a+1)]^2-1^2$

$= [a(a+1)-1][a(a+1)+1]$

$= (a^2+a-1)(a^2+a+1)$ Ans

อัตราส่วน ร้อยละ แผนภูมิวงกลม

1. ตอบ 2.

ข้อ 1 อัตราส่วนเท่ากัน $\frac{2}{3} \times \frac{63}{63} = \frac{126}{189}$ $\therefore \frac{2}{3} = \frac{126}{189}$

ข้อ 2 อัตราส่วนไม่เท่ากัน $\frac{13}{17} \times \frac{5}{5} = \frac{65}{85}$ $\therefore \frac{13}{17} \neq \frac{63}{85}$

ข้อ 3 อัตราส่วนเท่ากัน $\frac{81}{144} \times \frac{1.44...}{1.44...} = \frac{117}{208}$ $\therefore \frac{81}{144} = \frac{117}{208}$

ข้อ 4 อัตราส่วนเท่ากัน $\frac{209}{133} \times \frac{1.105...}{1.105...} = \frac{231}{147}$ $\therefore \frac{209}{133} = \frac{231}{147}$

$\therefore$ ข้อ 2 เป็นอัตราส่วนที่ทำให้ไม่เท่ากัน Ans

2. ตอบ 4.

กำหนดให้ k เป็นค่าคงที่หนึ่ง

ปกติเขียนอัตราส่วน อ. เขียนในรูป อัตราส่วนอย่างต่ำ ที่ลดทอนลงมาแล้ว
ดังนั้น เมื่อ คูณ k เข้าไป ก็จะทำค่าอัตราส่วนลงเอง

สมการโจทย์ ▶ $x:y:z:w = 1:3:7:11 = 1\times k : 3\times k : 7\times k : 11\times k$

$\therefore x:y:z:w = k:3k:7k:11k$

สมการโจทย์ ▶ $3x+y-2z+w = 9$

$3(k)+(3k)-2(7k)+11k = 9$

$6k-14k+11k = 9$

$3k = 9$

$\therefore k = 3$

$\therefore x:y:z:w = 3:3(3):7(3):11(3)$

$= 3:9:21:33$

หาค่า $x-2y+3z-4w = 3-2(9)+3(21)-4(33)$

$= 3-18+63-132$

$= -84$

$\therefore x-2y+3z-4w = -84$ Ans

3. ตอบ 1.

กำหนดให้ ผู้ใหญ่ 1 คน ทำงาน 1 วัน ได้งานเป็น x หน่วย

เด็ก 1 คน 1 วัน ได้งานเป็น y หน่วย

ผู้ใหญ่ 3 คน เด็ก 5 คน ทำงานเสร็จใน 17 วัน ได้งาน

$(3 \times 17 \times x) + (5 \times 17 \times y) = 51x + 85y$ —①

ผู้ใหญ่ 5 คน เด็ก 3 คน ทำงานเสร็จใน 15 วัน

$(5 \times 15 \times y) + (3 \times 15 \times y) = 75x + 45y$ —②

นำ ① = ② เนื่องจาก มี ปริมาณงานเท่ากัน

$$51x + 85y = 75x + 45y$$

$$85y - 45y = 75x - 51x$$

$$40y = 24x$$

$$\frac{y}{x} = \frac{24}{40}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{3}{5}$$

∴ อัตราส่วนการทำงานของเด็กและผู้ใหญ่เป็น 3 : 5 Ans

4. ตอบ 4.

ชิ้นแรก ขาย 4,800 ได้กำไร 20 %. แสดงว่า

ขาย 120 บาท ต้นทุน 100 บาท

ถ้าขาย 4,800 บาท ต้นทุน $\frac{4,800 \times 100}{120} = 4,000$ บาท (400)

ชิ้นที่ 2 ขาย 4,800 บาท ขาดทุน 20 %. แสดงว่า

ขาย 80 บาท ต้นทุน 100 บาท

ถ้าขาย 4,800 บาท ต้นทุน $\frac{4,800 \times 100}{80} = 6,000$ บาท (600)

ต้นทุนทั้งสองสินค้า = 4,000 + 6,000 = 10,000 บาท

ขายสินค้าทั้งสองได้ = 4,800 + 4,800 = 9,600 บาท

∴ ขาดทุน = 10,000 − 9,600 = 400 บาท

∴ ขาดทุน (%) = $\frac{\text{ขาดทุน}}{\text{ต้นทุน}} \times 100 = \frac{400}{10,000} \times 100 = 4$ % Ans

5. ตอบ 1.

ทางโจทย์ $a+b+c = 120$

$a = 120-b-c$

ทางโจทย์ $b-a = 20$

$b-(120-b-c) = 20$

$b-120+b-c = 20$

$2b+c = 140$ — (1)

ทางโจทย์ $c-a = 10$

$c-(120-b-c) = 10$

$c-120+b+c = 10$

$2c+b = 130$ — (2)

2x (2) $4c+2b = 260$ — (3)

(3) - (1) $(4c+2b)-(2b+c) = 260-140$

$4c+2b-2b-c = 120$

$3c = 120$

$c = 40$

หา $c=40$ ไปแทนใน (1)

$2b+40 = 140$

$2b = 100$

$b = 50$

แก a

$a+50+40 = 120$

$a = 120-50-40 = 30$

$\therefore a:b:c = 30:50:40$

$a:b:c = 3:5:4$ Ans

6. ตอบ 2.

ฝากครบปีที่ 1 ดอกเบี้ย 4.5 % $\rightarrow \frac{4.5}{100} \times 50,000 = 2,250$ บาท

ภาษีดอกเบี้ย $\frac{15}{100} \times 2,250 = 337.5$ บาท

$\therefore$ เงินต้น ของปีที่ 2 = เงินฝากปีที่ 1 + ดอกเบี้ย - ภาษีดอกเบี้ย

$= 50,000 + 2,250 - 337.5$

$= 51,912.5$ บาท

ฝากครบปีที่ 2 ดอกเบี้ย $\frac{4.5}{100} \times 51,912.5 = 2,336.0625$ บาท

ภาษีดอกเบี้ย $\frac{15}{100} \times 2,336.065 = 350.4$ บาท

(มีต่อ)

6. (ต่อ)

เงินต้นของปีที่ 3 = ยอดค้างชำระปีที่ 2 + ดอกเบี้ย − หนี้ดอกเบี้ย

= 51,912.5 + 2,336.0625 − 350.4

= 53,898.15 บาท

ปีที่ 3 ดอกเบี้ย $\frac{4.5}{100} \times 53,898.15 = 2,425.41$

หนี้ดอกเบี้ย $\frac{15}{100} \times 2,425.41 = 363.81$ บาท

∴ ยอดเงินเมื่อครบ 3 ปี = 53,898.15 + 2,425.41 − 363.81

= 55,959.75 บาท Ans

7. ตอบ 4.

อัตราส่วนที่หมดเท่ากับ 5 + 2 + 1 = 8

หนังใหญ่ มีเงินเดือน 22,000 บาท → 22,000 ÷ 8 = 2,750 บาท

นำ 2,750 คูณกับอัตราส่วนของใคร

ค่าใช้จ่ายส่วนตัว : เงินให้ยาย : เงินออม = 5 × 2750 : 2 × 2750 : 1 × 2,750

= 13,750 : 5,500 : 2,750

∴ จำนวนเงินที่ให้ยาย = 5,500 บาท Ans

8. ตอบ 4.

น้ำผลไม้กล่องหนึ่ง มีปริมาตร 300 มิลลิลิตร

ถ้ามีน้ำส้ม 40% → $\frac{40}{100} \times 300 = 120$ มิลลิลิตร

∴ มีน้ำส้ม 120 มิลลิลิตร Ans

9. ตอบ 3.

1% มี 3.6 องศา สาโรจน์แบ่งฝากธนาคาร 1,000 จาก 5,000 บาท คิดเป็น % ได้

$\frac{1,000}{5,000} \times 100 = 20\%$

∴ $20 \times 3.6 = 72$ องศา Ans

10. ตอบ 1.

ให้นายบุญสมทำงานนี้คนเดียวจะแล้วเสร็จในเวลา x วัน

ในเวลา 10 วัน นายบุญพร้อมกับนายบุญส่ง ทำงานได้ 1 ของงาน

ในเวลา 1 วัน นายบุญพร้อมกับนายบุญส่ง ทำงานได้ $\frac{1}{10}$ ของงาน

ในเวลา 6 วัน นายบุญพร้อมกับนายบุญส่ง ทำงานได้ $6 \times \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$ ของงาน

$\therefore$ คงเหลืองาน $1 - \frac{6}{10} = \frac{4}{10}$ ของงาน

ในเวลา 2 วัน นายบุญพร้อมกับนายบุญส่ง และนายบุญสม ทำงานได้ $\frac{4}{10}$ ของงาน

ในเวลา 1 วัน นายบุญพร้อมกับนายบุญส่ง และนายบุญสม ทำงานได้ $\frac{4}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$ ของงาน

$\therefore$ ในเวลา 1 วัน นายบุญสมทำงานคนเดียว $\frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{2-1}{10} = \frac{1}{10}$ ของงาน

ในเวลา x วัน นายบุญสมทำงานคนเดียวได้ $= \frac{1}{10} \times x$ ของงาน

ซึ่ง $\frac{x}{10} = 1$ ของงาน

$x = 10$

$\therefore$ นายบุญสมทำงานคนเดียวจะแล้วเสร็จในเวลา 10 วัน Ans

11. ตอบ 4.

ตั้งราคาขายเงินสดไว้ 36,000 บาท จะได้กำไร 20% หมายความว่า

ขาย 120 บาท ต้นทุน 100 บาท

ถ้าขาย 36,000 บาท ต้นทุน $\frac{36,000 \times 100}{120} = 30,000$ บาท

$\therefore$ ซื้อตู้เย็นมาในราคา 30,000 บาท

- หลังจากนั้นลดราคาลง 10% หมายความว่า

ต้นราคา 100 บาท ขาย 90 บาท

ต้นราคา 36,000 บาท ขาย $\frac{90 \times 36,000}{100} = 32,400$ บาท

$\therefore$ ลดครั้งแรกขายไปในราคา 32,400 บาท

- ลดราคาอีก 5% หมายความว่า

ต้นราคา 100 บาท ขาย 95 บาท

ต้นราคา 32,400 บาท ขาย $\frac{95 \times 32,400}{100} = 30,780$ บาท

$\therefore$ ลดครั้งที่สองขายไปในราคา 30,780 บาท

$\therefore$ จะได้กำไร $30,780 - 30,000 = 780$ บาท Ans

12. ตอบ 1.

$a:b = 2:3 = 2\times4 : 3\times4 = 8:12$

$b:c = 4:5 = 4\times3 : 5\times3 = 12:15$

$a:b:c = 8:12:15 = 8k:12k:15k$

$a+b+c = 700$

$8k+12k+15k = 700$

$35k = 700$

$k = \frac{700}{35} = 20$

$a:b:c = 8k:12k:15k$

$= 8\times20 : 12\times20 : 15\times20$

$a:b:c = 160 : 240 : 300$

$\therefore\ a+b-c = 160+240-300 = 100$ Ans

13. ตอบ 4.

$A:B:C:D = 1:2:3:5 = 5:10:15:25$

แสดงว่า $A=5,\ B=10,\ C=15,\ D=25$

สมโจทย์ $2A+3B+4C-5D = -25$

$2(5)+3(10)+4(15)-5(25) = -25$

$10+30+60-125 = -25$

$-25 = -25$ เป็นจริง

ข้อ 1 $A\times B = 60$

$5\times10 = 60$

$50 = 60$ เป็นเท็จ

ข้อ 2 $2A+B = 15$

$2(5)+10 = 15$

$10+10 = 15$

$20 = 15$ เป็นเท็จ

ข้อ 3 $5C-2D = 30$

$5(15)-2(25) = 30$

$75-50 = 30$

$25 = 30$ เป็นเท็จ

ข้อ 4 $\frac{A\times C}{B\times D} = \frac{3}{10}$

$\frac{5\times15}{10\times25} = \frac{3}{10}$

$\frac{3}{10} = \frac{3}{10}$ เป็นจริง

$\therefore$ ข้อที่ถูกต้อง ข้อ 4 $\frac{A\times C}{B\times D} = \frac{3}{10}$ Ans

14. ตอบ 2.

ขายลูกอมผสมถุงละ 42 บาท ได้กำไร 20% แสดงว่า

ขายลูกอมผสมถุงละ 120 บาท จากทุนเฉลี่ย 100 บาท

ขายลูกอมผสมถุงละ 42 บาท จากทุนเฉลี่ย $\frac{100 \times 42}{120} = 35$ บาท

ลูกอมชนิดที่หนึ่ง 1 ถุง ขายตามราคาทุนเฉลี่ย ขาดทุน $45-35 = 10$ บาท

ลูกอมชนิดที่สอง 1 ถุง ขายตามราคาทุนเฉลี่ย กำไร $35-32 = 3$ บาท

ลูกอมชนิดที่สาม 1 ถุง ขายตามราคาทุนเฉลี่ย กำไร $35-30 = 5$ บาท

▶ ทำ กำไร = ขาดทุน โดยหาจำนวนมาคูณกับจำนวนถุง โดยตรงนำ 10, 3, 5 มาหา ค.ร.น ซึ่งเท่ากับ 30

ลูกอมชนิดที่หนึ่ง 3 ถุง ขายตามราคาทุนเฉลี่ย ขาดทุน $10 \times 3 = 30$ บาท

ลูกอมชนิดที่สอง 5 ถุง ขายตามราคาทุนเฉลี่ย กำไร $3 \times 5 = 15$ บาท

ลูกอมชนิดที่สาม 3 ถุง ขายตามราคาทุนเฉลี่ย กำไร $5 \times 3 = 15$ บาท

$\therefore$ อัตราส่วนผสมลูกอมถุงที่ 1 : ลูกอมถุงที่ 2 : ลูกอมถุงที่ 3

$= 3 : 5 : 3$ Ans

15. ตอบ 3

$(x+y) : (y+z) = 10 : 9$

$\frac{x+y}{y+z} = \frac{10}{9}$

$9x + 9y = 10y + 20$

$9x - y = 20$ —(1)

$(y+z) : (x+z) = 9 : 5$

$\frac{y+z}{x+z} = \frac{9}{5}$

$5y + 10 = 9x + 9z$

$9x - 5y + 9z = 10$ —(2)

$x + y + z = 12$ —(3)

(3) × 9 $\quad 9x + 9y + 9z = 108$ —(4)

(4) − (2) $\quad 14y = 98$

$y = 7$

แทน $y = 7$ ใน (1)

$9x - 7 = 20$

$9x = 27$

$x = 3$

แทน $y = 7, x = 3$ ใน (3)

$3 + 7 + z = 12$

$z = 12 - 3 - 7$

$z = 2$

$\therefore \quad 2x : 3y : 6z$

$= 2(3) : 3(7) : 6(2)$

$= 6 : 21 : 12$

$= 2 : 7 : 4$ Ans

ตัวอันดับและกราฟ

1. ตอบ 3

จาก $y = mx + c$ ความชัน คือ m ตัวแปร หน้า x

ระยะตัดแกน X เมื่อ $y = 0$

ข้อ 1 $y = px - c$

ความชัน คือ p

ระยะตัดแกน $x \Rightarrow 0 = px - c$

$x = \frac{c}{p}$

ข้อ 2 $y = px + c$

ความชัน คือ p

ระยะตัดแกน $x \Rightarrow 0 = px + c$

$x = \frac{-c}{p}$

ข้อ 3 $y = px - pc$

ความชัน คือ p

ระยะตัดแกน $x \Rightarrow 0 = px - pc$

$x = \frac{pc}{p} = c$

ข้อ 4 $y = px + pc$

ความชัน คือ p

ระยะตัดแกน $x \Rightarrow 0 = px + pc$

$x = \frac{-pc}{p} = -c$

∴ ข้อ 3 $y = px - pc$ มีความชัน $= p$ และระยะตัดแกน $x = c$ Ans

2. ตอบ 4.

เส้นตรง $(1, 1)$ ในสมการ โดย $x = 1$ และ $y = 1$

$$5(1) - 1 = 2k$$
$$5 - 1 = 2k$$
$$4 = 2k$$
$$\therefore k = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{Ans}$$

3. ตอบ 2

เขียนสมการทั้งสองในรูป $y = mx + c$ โดย m คือความชัน

$5x - my + 4 = 0$

$my = 5x + 4$

$y = \frac{5}{m}x + 4$

ความชัน คือ $\frac{5}{m}$

$6x + 15y - 10 = 0$

$15y = -6x + 10$

$y = \frac{-6}{15}y + \frac{10}{15}$

ความชัน คือ $\frac{-6}{15} = -\frac{2}{5}$

▶ เส้นตรง 2 เส้น ตั้งฉากกัน แสดงว่า ผลคูณความชัน $= -1$

$$\frac{5}{m} \times \frac{-2}{5} = -1$$
$$m = \frac{-2}{-1} = 2$$
$$\therefore m = 2 \quad \text{Ans}$$

4. ตอบ 4.

เขียนสมการให้อยู่ในรูป $y = mx + c$ โดย m คือ ความชัน c คือ จุดตัดแกน y

$$4x - 8y + 16 = 0$$

$$8y = 4x + 16$$

$$y = \frac{4}{8}x + \frac{16}{8}$$

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$\therefore$ ความชัน คือ $\frac{1}{2} = 0.5$ ความชัน $(m) > 0$ เส้นตรงทำมุมแหลมกับแกน x ในทิศทวนเข็มนาฬิกา และ จุดตัดแกน y $(c) = 2$ Ans

5. ตอบ 1

เส้นตรง $y = ax + b$ ขนานกับ $y = 2x$ แสดงว่าความชันเท่ากัน เป็น 2 $\therefore a = 2$

ผ่านจุด $(3, 10)$ นำไปแทนค่าในสมการ $y = ax + b$ โดย $x = 3$, $y = 10$

$$y = ax + b$$
$$10 = 2(3) + b$$
$$b = 10 - 6$$
$$b = 4$$

$\therefore a + b = 2 + 4 = 6$ Ans

6. ตอบ 3

กราฟเส้นตรงของสมการในข้อใดไม่ผ่านจุด $(-1, 2)$

ข้อ 1 $x = -1$ $\rightarrow$ x เป็น -1 เสมอ y จะเป็นค่าใดก็ได้ จึงเป็น $(-1, 2)$ ได้ $\therefore$ ผ่านจุด $(-1, 2)$

ข้อ 2 $y = 2$ $\rightarrow$ y เป็น 2 เสมอ x เป็นค่าใดก็ได้ จึงเป็น $(-1, 2)$ ได้ $\therefore$ ผ่านจุด $(-1, 2)$

ข้อ 3 $y = 3x - 1$ $\rightarrow$ แทน $(-1, 2)$ ในสมการ $2 = 3(-1) - 1$

$2 = -4$ สมการไม่เป็นจริง

$\therefore$ ไม่ผ่านจุด $(-1, 2)$

ข้อ 4 $y = 3x + 5$ $\rightarrow$ แทน $(-1, 2)$ ในสมการ $2 = 3(-1) + 5$

$2 = 2$ สมการเป็นจริง

$\therefore$ ผ่านจุด $(-1, 2)$

$\therefore$ $y = 3x - 1$ ไม่ผ่านจุด $(-1, 2)$ Ans

7. ตอบ 4.

นำคู่อันดับในแต่ละข้อแทนค่าในสมการ $y = 3x - 1$ แล้วตรวจว่าสมการเป็นจริงหรือไม่

ข้อ 1 $(-2, -7)$ $\quad -7 = 3(-2) - 1$

$-7 = -7$ สมการเป็นจริง

$\therefore$ จุด $(-2, -7)$ อยู่บนกราฟเส้นตรงนี้

ข้อ 2 $(-3, -10)$ $\quad -10 = 3(-3) - 1$

$-10 = -10$ สมการเป็นจริง

$\therefore$ จุด $(-3, -10)$ อยู่บนกราฟเส้นตรงนี้

ข้อ 3 $(-4, -13)$ $\quad -13 = 3(-4) - 1$

$-13 = -13$ สมการเป็นจริง

$\therefore$ จุด $(-4, -13)$ อยู่บนกราฟเส้นตรงนี้

ข้อ 4 $(-5, -14)$ $\quad -14 = 3(-5) - 1$

$-14 = -16$ สมการไม่เป็นจริง

$\therefore$ จุด $(-5, -14)$ ไม่อยู่บนกราฟเส้นตรงนี้

$\therefore$ จุด $(-5, -14)$ ไม่อยู่บนกราฟเส้นตรงที่มีสมการ $y = 3x - 1$ Ans

8. ตอบ 3

$2x + 5y = 10$

$5y = -2x - 10$

$y = \frac{-2}{5}x - \frac{10}{5}$

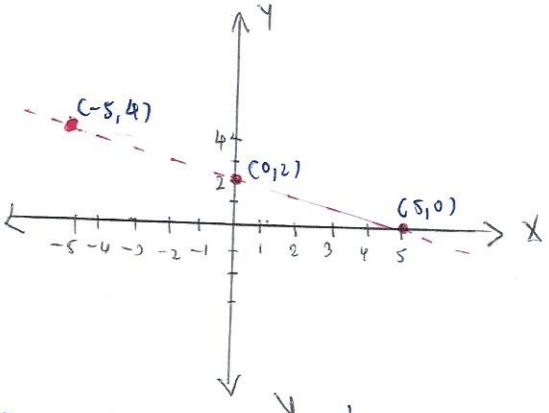
$y = \frac{-2}{5}x - 2$

แทนค่า x ในสมการดังขั้นตอนเดิม เพื่อหาค่า y

x	...	-5	0	5	10	...
y	...	4	2	0	-2	...

ได้คู่อันดับ คือ ... $(-5, 4)$, $(0, 2)$, $(5, 0)$, $(10, -2)$, ...

นำมาเขียนกราฟได้ดังนี้



$\therefore$ จะได้กราฟเป็นจุดในแนวตรงที่ผ่านจุด $(5, 0)$ และ $(0, 2)$ Ans

9. ตอบ 1

ข้อ 1 $2x + 4y = 3$ —①

$y = (x-1)^2 + 2$

$= x^2 - 2x + 1 + 3$

$y = x^2 - 2x + 4$ —②

แทน ค่า $y = x^2 - 2x + 4$ ใน ①

$2x + 4(x^2 - 2x + 4) = 0$

$2x + 4x^2 - 8x + 16 - 3 = 0$

$4x^2 - 6x + 13 = 0$

$a = 4, b = -6, c = 13$

สมการกำลังสอง จะมีคำตอบ 2 คำตอบ เมื่อ $b^2 - 4ac > 0$

$b^2 - 4ac > 0$

$(-6)^2 - 4(4)(13) > 0$

$36 - 208 > 0$

$-172 > 0$ ไม่เป็นจริง

แสดงว่า สมการที่โจทย์ให้มา ไม่มีคำตอบ 2 คำตอบ

∴ ข้อนี้ กล่าวไม่ถูกต้อง ✱

ข้อ 2

สมการ 1 $2x - y = 5$

$y = -2x - 5$

$\therefore$ ความชัน $= -2$

สมการ 2 $4x - 2y = 25$

$2y = -4x - 25$

$y = \frac{-4}{2}x - \frac{25}{2}$

$y = -2x - \frac{25}{2}$

$\therefore$ ความชัน $= -2$

กราฟ จะขนานกัน เมื่อ มีความชันเท่ากัน

สองสมการนี้ มีความชัน $= -2$ เหมือนกัน

แสดงว่า ขนานกัน

∴ ข้อนี้ กล่าวถูกต้อง ✱

ข้อ 3

สมการ 1 $3x + 4y = 7$

$4y = -3x - 7$

$y = -\frac{3}{4}x - \frac{7}{4}$

$\therefore$ ความชัน $(m_1) = -\frac{3}{4}$

สมการ 2 $4x - 3y = 5$

$3y = 4x - 5$

$y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$ $\therefore$ ความชัน $(m_2) = \frac{4}{3}$

กราฟ จะตั้งฉาก กัน เมื่อ $m_1 \times m_2 = -1$

$-\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = -1$ แสดงว่า ตั้งฉากกัน

∴ ข้อนี้ กล่าวถูกต้อง ✱

ข้อ 4

สมการ 1 $4x + 5y = 6$

$5y = -4x + 6$

$y = -\frac{4}{5}x + \frac{6}{5}$

$\therefore$ ความชัน $(m_1) = -\frac{4}{5}$

สมการ 2 $10y + 8x = 7$

$10y = -8x + 7$

$y = -\frac{8}{10}x + \frac{7}{10}$

$\therefore$ ความชัน $(m_2) = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$

ไม่ตัดกัน แสดงว่า กราฟขนานกัน ความชันต้องเท่ากัน

$m_1 = m_2 = -\frac{4}{5}$ $\therefore$ กราฟต้องขนานกัน

∴ ข้อนี้ กล่าวถูกต้อง ✱

∴ ข้อ 1 ไม่ถูกต้อง, Ans

10. ตอบ 3

กราฟที่ตัดกันที่จุด $(2,-1)$ คือ กราฟในข้อ 3

$$3x - y = 7 \quad \text{—①}$$
$$4x + 3y = 5 \quad \text{—②}$$

$3 \times$ ① $\quad 9x - 3y = 21 \quad \text{—③}$

② + ③ $\quad (4x+3y)+(9x-3y) = 5+21$

$$13x = 26$$
$$x = 2$$

แทนค่า $x = 2$ ใน ① $\quad 3(2) - y = 7$

$$6 - y = 7$$
$$y = 6 - 7 = -1$$

∴ คำตอบของระบบสมการ คือ $(2,-1)$

∴ ตอบ ข้อ 3 $3x-y=7$ และ $4x+3y=5$ ตัดกันที่จุด $(2,-1)$ Ans

11. ตอบ 1.

กราฟสมการ $ax + by = 10$

$$ax + by = -10 \quad \text{—①}$$

กราฟสมการ $y = 5 \quad \text{—②}$

กราฟที่ตัดกันที่ $(1,a)$ แทนค่าใน ① และ ② โดย $x=1,\ y=a$

$ax + by = -10$ | $y = 5$

$a(1) + b(a) = -10$ | $a = 5$

$a + ab = -10 \quad \text{—③}$

แทนค่า $a = 5$ ใน ③

$$5 + 5b = -10$$
$$5b = -10 - 5$$
$$b = \frac{-15}{5} = -3$$

$$\therefore \quad a + b = 5 + (-3) = 2 \quad \text{Ans}$$

12. ตอบ 4.

เส้นตรงที่ตัดแกน x และแกน y แล้วทำให้เกิด Δ หน้าจั่ว
ได้แก่ เส้นที่ไปตัดแกน x และแกน y แล้วให้ระยะระหว่างจุดตัดกับจุดกำเนิด มีค่าเท่ากัน

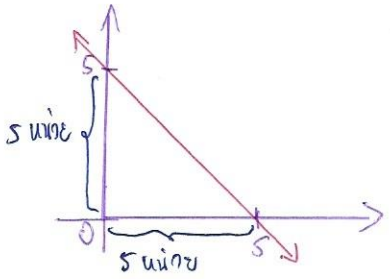
ข้อ 4 $x+y-5=0$

$\therefore x+y=5$

หาจุดตัดบนแกน x กำหนดให้ $y=0$; $x=5$

หาจุดตัดบนแกน y กำหนดให้ $x=0$; $y=5$

เขียนเป็นกราฟแสดงได้ดังนี้



$\therefore$ คำตอบที่ถูกต้อง คือ
ข้อ 4 $x+y-5=0$

13 ตอบ 1

▶ เส้นตรง $3x-4y=12$

- หาจุดตัดบนแกน x ; $y=0$

$3x-4(0)=12$

$x=\frac{12}{3}=4$

$\therefore$ จุด A มีคู่อันดับ $(4,0)$

- หาจุดตัดบนแกน y ; $x=0$

$3(0)-4y=12$

$y=\frac{12}{-4}=-3$

$\therefore$ จุด B มีคู่อันดับ $(0,-3)$

▶ เส้นตรง $2y=-4x-6$

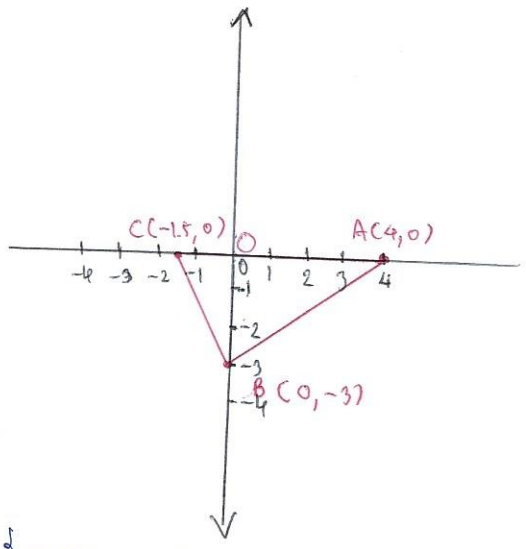
- หาจุดตัดบนแกน x ; $y=0$

$2(0)=-4x-6$

$x=\frac{-6}{4}=-1.5$

$\therefore$ จุด C มีคู่อันดับ $(-1.5,0)$

นำสมการทั้ง 2 มาเขียนกราฟได้ดังนี้



พื้นที่ $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times AC \times BO$

$= \frac{1}{2} \times 5.5 \times 3$

$= 8.25$ ตารางหน่วย Ans

14. MOU 4.

กราฟเส้นตรงจะตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อผลคูณความชันเท่ากับ -1

$$m_1 \times m_2 = -1$$

จาก $4x - y + 1 = 0$

$$y = 4x + 1$$

$\therefore$ ความชัน $(m_1) = 4$

ขนาน 4 $x + 4y - 24 = 0$

$$4y = -x + 24$$

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{24}{4}$$

$\therefore$ ความชัน $(m_2) = -\frac{1}{4}$

ดังนั้น $m_1 \times m_2 = 4 \times -\frac{1}{4}$

$$= -1$$

$\therefore$ $x + 4y - 24$ ตั้งฉากกับ $4x - y + 1 = 0$

Ans

15. MOU 3.

จากเส้นตรง $y = 2x - 4$

ได้ความชัน $(m_1) = 2$

▶ ให้จุด (a,b) อยู่บนเส้นตรง $y = 2x - 4$ และอยู่ใกล้จุด $(1,3)$ มากที่สุด แสดงว่า เส้นตรงที่ผ่านจุด (a,b) และ $(1,3)$ จะต้องตั้งฉากกับเส้นตรง $y = 2x - 4$ เพราะระยะทางที่ใกล้ที่สุดต้องเป็นระยะตั้งฉาก

▶ หาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด (a,b) และ $(1,3)$

$$m_1 \times m_2 = -1$$

$$2 \times m_2 = -1$$

$$\therefore m_2 = -\frac{1}{2}$$

และ $m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (สูตรหาความชัน)

$$-\frac{1}{2} = \frac{3 - b}{1 - a}$$

$$-1 + a = b - 2b$$

$$2b = -a + 7$$

$$b = -\frac{1}{2}a + \frac{7}{2} \quad \text{---(1)}$$

เนื่องจาก (a,b) อยู่บนเส้นตรง $y = 2x - 4$

$$b = 2(a) - 4$$

$$b = 2a - 4 \quad \text{---(2)}$$

(1) = (2) $-\frac{1}{2}a + \frac{7}{2} = 2a - 4$

$$-a + 7 = 4a - 8$$

$$5a = 15$$

$$\therefore a = 3$$

แทน $a = 3$ ใน (2)

$$b = 2(3) - 4$$

$$b = 2$$

ดังนั้น $b(a+b) = 2(3+2)$

$$= 10$$

Ans

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1. ตอบ 4.

ข้อ 1 $2x - 3 = 25$

$2x = 25 + 3$

$2x = 28$

$x = 14$ ✗

ข้อ 2 $5(x-3) = 25$

$5x - 15 = 25$

$5x = 25 + 15$

$5x = 40$

$x = 8$ ✗

ข้อ 3 $\frac{7x+2}{5} = \frac{4x+1}{5}$

$7x + 2 = 4x + 1$

$7x - 4x = 1 - 2$

$3x = -1$

$x = -\frac{1}{3}$ ✗

ข้อ 4 $\frac{x}{3} - \frac{3}{2} = \frac{2.5x}{3} + 1$

คูณ 6 ตลอดรวมกัน

$6 \times \frac{x}{3} - 6 \times \frac{3}{2} = 6 \times \frac{2.5x}{3} + 6(1)$

$2x - 9 = 5x + 6$

$5x - 2x = -9 - 6$

$3x = -15$

$x = -5$ ✗

∴ ข้อ 4 มี x เท่ากับ −5 Ans

2. ตอบ 3

$-\frac{3}{8}(2m + 11) - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

คูณ 8 ตลอดทั้งรวมกัน

$8 \times -\frac{3}{8}(2m+11) - (8)(\frac{1}{2}) = 8 \times \frac{5}{2}$

$-3(2m+11) - 4 = 20$

$-6m - 33 - 4 = 20$

$-6m - 37 = 20$

$-6m = 20 + 37$

$-6m = 57$

$\therefore m = \frac{57}{-6} = -\frac{19}{2}$

ข้อ 1 $-2m = 19$

$-2(-\frac{19}{2}) = 19$

$19 = 19$ เป็นจริง

ข้อ 2 $m - 0.5 = -10$

$-\frac{19}{2} - \frac{1}{2} = -10$

$-\frac{20}{2} = -10$

$-10 = -10$ เป็นจริง

ข้อ 3 $m \div 2 = -19$

$-\frac{19}{2} \div 2 = -19$

$-\frac{19}{2} \times \frac{1}{2} = -19$

$-\frac{19}{4} = -19$ ไม่เป็นจริง

ข้อ 4 $3 + m = -6.5$

$3 + (-\frac{19}{2}) = -6.5$

$\frac{6-19}{2} = -6.5$

$-\frac{13}{2} = -6.5$

$-6.5 = -6.5$ เป็นจริง

∴ ข้อ 3 ผิด Ans

3. ตอบ 3.

กำหนด บุตร 3 คน มีอายุเป็น x, $x+1$ และ $x+2$ ปี

$$x + (x+1) + (x+2) = 69$$
$$3x + 3 = 69$$
$$3x = 69 - 3$$
$$3x = 66$$
$$x = 22$$

∴ บุตรคนโต มีอายุ $x+2 = 22+2 = 24$ ปี Ans

4. ตอบ 3

$$\frac{5}{y-1} - \frac{5}{y+1} = \frac{2}{y-2} - \frac{2}{y+3}$$

$$\frac{5(y+1)-5(y-1)}{(y-1)(y+1)} = \frac{2(y+3)-2(y-2)}{(y-2)(y+3)}$$

$$\frac{5y+5-5y+5}{(y-1)(y+1)} = \frac{2y+6-2y+4}{(y-2)(y+3)}$$

$$\frac{10}{(y-1)(y+1)} = \frac{10}{(y-2)(y+3)}$$

$$(y-2)(y+3) = (y-1)(y+1)$$

$y \neq 2, -3, 1, -1$

$$y^2 - 2y + 3y - 6 = y^2 - 1^2$$
$$y = -1 + 6$$
$$y = 5$$

∴ $y = 5$ Ans

ตรวจคำตอบ แทน $x = 5$ ในสมการ

$$\frac{5}{5-1} - \frac{5}{5+1} = \frac{2}{5-2} - \frac{2}{5+3}$$
$$\frac{5}{4} - \frac{5}{6} = \frac{2}{3} - \frac{2}{8}$$
$$\frac{(5\times3)-(5\times2)}{12} = \frac{(2\times8)-(2\times3)}{24}$$
$$\frac{15-10}{12} = \frac{16-6}{24}$$
$$\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$$
$$\frac{5}{12} = \frac{5}{12}$$ สมการเป็นจริง

5. ตอบ 1.

$$\frac{5x-21}{x-4}+\frac{8x-10}{2x-3}=\frac{6x-23}{2x-7}+\frac{6x-5}{x-1}$$

$$\frac{5x-20-1}{x-4}+\frac{8x-12+2}{2x-3}=\frac{6x-21-2}{2x-7}+\frac{6x-6+1}{x-1}$$

$$\frac{5(x-4)}{x-4}-\frac{1}{x-4}+\frac{4(2x-3)}{2x-3}+\frac{2}{2x-3}=\frac{3(2x-7)}{2x-7}-\frac{2}{2x-7}+\frac{6(x-1)}{x-1}+\frac{1}{x-1}$$

$$\frac{-1}{x-4}+\frac{2}{2x-3}=\frac{-2}{2x-7}+\frac{1}{x-1}$$

$$\frac{2}{2x-3}-\frac{1}{x-4}=\frac{1}{x-1}-\frac{2}{2x-7}$$

$$\frac{2(x-4)-1(2x-3)}{(2x-3)(x-4)}=\frac{(2x-7)-2(x-1)}{(x-1)(2x-7)}$$

$$\frac{2x-8-2x+3}{(2x-3)(x-4)}=\frac{2x-7-2x+2}{(x-1)(2x-7)}$$

$$\frac{-5}{(2x-3)(x-4)}=\frac{-5}{(x-1)(2x-7)}$$

$$(2x-3)(x-4)=(x-1)(2x-7)\quad ;x\neq\tfrac{3}{2},4,1,\tfrac{7}{2}$$

$$2x^2-3x-8x+12=2x^2-2x-7x+7$$

$$-11x+12=-9x+7$$

$$-11x+9x=7-12$$

$$-2x=-5$$

$$x=\frac{5}{2}\quad \text{Ans}$$

6. ตอบ 2.

กำหนดให้ เวลาที่ใช้เรือเรียนตรงเวลาเข้าเรียน x นาที

จากสูตร $\boxed{\text{ระยะทาง}=\text{อัตราเร็ว}\times\text{เวลา}}$

- อัตราเร็ว $4\frac{1}{2}$ กม./ชม. ใช้เวลา $x-1$ นาที $=\frac{x-1}{60}$ ชม.

$$\text{ระยะทาง}=4\tfrac{1}{2}\times\frac{x-1}{60}\quad\text{—(1)}$$

- อัตราเร็ว $4\frac{1}{3}$ กม./ชม. ใช้เวลา $x+3$ นาที $=\frac{x+3}{60}$ ชม.

$$\text{ระยะทาง}=4\tfrac{1}{3}\times\frac{x+3}{60}\quad\text{—(2)}$$

(ดูต่อ)

6. (ต่อ)

(1) = (2) เนื่องจาก ระยะทางเท่ากัน

$$4\frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{60}\right) = 4\frac{1}{3}\left(\frac{x+3}{60}\right)$$

$$\frac{9}{2}(x-1) = \frac{13}{3}(x+3)$$

คูณ ตลอดทั้งสมการ $6 \times \frac{9}{2}(x-1) = 6 \times \frac{13}{3}(x+3)$

$$27(x-1) = 26(x+3)$$

$$27x - 27 = 26x + 78$$

$$27x - 26x = 78 + 27$$

$$x = 105$$

∴ เวลาที่ตรงเข้าเรียนพอดี = 105 นาที

นำ $x = 105$ แทนใน (1)

$$\text{ระยะทาง} = \frac{9}{2}\left(\frac{105-1}{60}\right)$$

$$= \frac{9}{2} \times \frac{104}{60}$$

$$= \frac{39}{5} = 7.8$$

∴ ระยะทางจากบ้านไปโรงเรียนเท่ากับ 7.8 กิโลเมตร **Ans**

7. ตอบ 4.

	2 ปีที่แล้ว	ปัจจุบัน	อีก 18 ปีข้างหน้า
อโณทัย	x	$x+2$	$x+2+18 = x+20$
สิงกาล	$6x$	$6x+2$	$6x+2+18 = 6x+20$

เขียนสมการได้ $6x + 20 = 2(x+20)$

$$6x + 20 = 2x + 40$$

$$6x - 2x = 40 - 20$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

∴ ปัจจุบัน อโณทัย อายุ $x + 2 = 5 + 2 = 7$ ปี **Ans**

8. ตอบ 3.

กำหนดให้ จำนวนสี่สามจำนวน ติดต่อกัน เป็น x, $x+2$, $x+4$

นำมาบวกกันได้ ผลบวกที่น้อยที่สุด คือ 36 $\Rightarrow$ คือ ผลบวกของ x, $(x+2)$

เขียนสมการได้ $x+(x+2) = 36$

$2x+2 = 36$

$2x = 36-2$

$2x = 34$

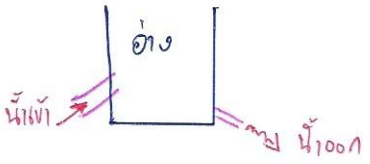
$x = 17$

$\therefore$ จำนวนสี่สามจำนวน เป็น 17, 19, 21

$\therefore$ ผลรวมของจำนวนทั้งสาม $= 17+19+21 = 57$ Ans

9. ตอบ 2

กำหนดให้ ไหลออกด้วยอัตราไหล x ลิตร/นาที



▶ เปิดน้ำใส่อ่างด้วยอัตรา 15 ลิตร/นาที 20 นาที

จากสูตร $\boxed{\text{ปริมาตร} = \text{อัตราไหล} \times \text{เวลา}}$

เข้า : อัตราไหล 15 ลิตร/นาที 20 นาที $\Rightarrow$ ปริมาตรเข้า $= 15\times 20 = 300$ ลิตร

ออก : อัตราไหล x ลิตร/นาที 20 นาที $\Rightarrow$ ปริมาตรออก $= x(20) = 20x$ ลิตร

ปริมาตรเต็มถัง $= 300-20x$ —①

▶ เปิดน้ำใส่อ่างด้วยอัตรา 25 ลิตร/นาที 10 นาที

เข้า : อัตราไหล 25 ลิตร/นาที 10 นาที $\Rightarrow$ ปริมาตรเข้า $= 25\times 10 = 250$ ลิตร

ออก : อัตราไหล x ลิตร/นาที 10 นาที $\Rightarrow$ ปริมาตรออก $= x(10) = 10x$ ลิตร

ปริมาตรเต็มถัง $= 250-10x$ —②

① $=$ ② เนื่องจาก ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีปริมาตรเต็มภาชนะเท่ากัน

$300-20x = 250-10x$

$-10x+20x = 300-250$

$10x = 50$

$x = 5$

$\therefore$ น้ำไหลออกจากอ่างด้วยอัตรา 5 ลิตร/นาที Ans

10. ตอบ 4.

ผ้าผืนหนึ่ง ราคา 500 บาท เมื่อลดราคา ยังได้กำไร 40 %. แสดงว่า

ทุน 100 บาท ขายผ้าในราคา 140 บาท

ทุน 500 บาท ขายผ้าในราคา $\frac{140 \times 500}{100} = 700$ บาท

∴ ขายผ้าให้ได้กำไร 40 %. ต้องขายผ้าในราคา 700 บาท

ซึ่ง ราคา 700 บาท เป็นราคาที่ลดลงมาแล้ว 60 %. หาราคาเต็มที่ตั้งไว้

กำหนดให้ ราคาขายผ้าในครั้งแรก เป็น x บาท (ราคาที่ตั้งไว้)

เมื่อลดราคา 60 %. แสดงว่า ขายผ้าไปในราคา 40 %.

$$40\%. \text{ ของ } x = 700$$

$$\frac{40}{100} x = 700$$

$$x = \frac{700 \times 100}{40}$$

$$x = 1,750$$

∴ ต้องตั้งราคา 1,750 บาท Ans

11. ตอบ 2

กำหนดให้ จำนวนสี่ จำนวน เรียงกันจากน้อยไปมาก เป็น $x, x+2, x+4, x+6$

เขียนสมการได้ $x + 2(x+2) + 3(x+4) + 4(x+6) = 950$

$$x + 2x + 4 + 3x + 12 + 4x + 24 = 950$$

$$10x + 40 = 950$$

$$10x = 950 - 40$$

$$10x = 910$$

$$x = 91$$

$x,$ $(x+2),$ $(x+4),$ $x+6$

จำนวนกลาง 2 จำนวน

∴ $x + 2 = 91 + 2 = 93$

$x + 4 = 91 + 4 = 95$

∴ จำนวนตัวกลาง 2 จำนวน คือ 93 และ 95 Ans

12. ตอบ 2

ในเวลา 6 นาที เปิดท่อ ก + ท่อ ข ได้น้ำ = 1 ถัง

ในเวลา 1 นาที เปิดท่อ ก + ท่อ ข ได้น้ำ = $\frac{1}{6}$ ถัง

ในเวลา 4 นาที เปิดท่อ ก ท่อเดียวได้น้ำ = x ถัง —①

ในเวลา 1 นาที เปิดท่อ ก ท่อเดียวได้น้ำ = $\frac{x}{4}$ ถัง

ในเวลา 1 นาที เปิดท่อ ข.ท่อเดียวได้ = $\frac{1}{6}-\frac{x}{4}$ ถัง

= $\frac{2-3x}{12}$ ถัง —②

ในเวลา 9 นาที เปิดท่อ ข ท่อเดียวได้ = $\frac{9(2-3x)}{12}$ ถัง

เปิดท่อ ก 4 นาที แล้วเปิดท่อ ข 9 นาที ได้น้ำ = 1 ถัง

① + ②
$$x + \frac{9(2-3x)}{12} = 1$$
$$\frac{12x + 18 - 27x}{12} = 1$$
$$12x + 18 - 27x = 12$$
$$-15x = 12 - 18$$
$$-15x = -6$$
$$x = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{ ถัง}$$

แทน $x = \frac{2}{5}$ ใน ②

$$\frac{2-3x}{12} = \frac{2-3(\frac{2}{5})}{12} = \frac{2-\frac{6}{5}}{12} = \frac{\frac{10-6}{5}}{12} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{15}$$

∴ ในเวลา 1 นาที เปิดท่อ ข ท่อเดียวได้ $\frac{1}{15}$ ถัง

เปิดท่อ ข. ได้น้ำ $\frac{1}{15}$ ถัง ใช้เวลา 1 นาที

∴ เปิดท่อ ข ได้น้ำ 1 ถัง ใช้เวลา $\frac{1 \times 1}{\frac{1}{15}} = 15$ นาที Ans

13. ตอบ 3

กำหนดให้ ขายสินค้า ราคาชิ้นละ x บาท

ขายไปทั้งหมด 12 ชิ้น

∴ ขายสินค้าได้เงิน $12x$ บาท

(ต่อ)

13. (ต่อ)

ขายทุน 12 % หมายความว่า

ขายสินค้าไป 88 บาท จากทุน 100 บาท

ขายสินค้าไป 12x บาท จากทุน $\frac{(12x)(100)}{88}$ บาท —①

▶ เพิ่มราคาสินค้าอีกชิ้นละ 22 บาท

ขายสินค้าราคาชิ้นละ $x+22$ บาท

ขายสินค้า 12 ชิ้น ได้เงิน $12(x+22)$

กำไร 10 % หมายความว่า

ขายสินค้าไป 110 บาท จากทุน 100 บาท

ขายสินค้าไป $12(x+22)$ บาท จากทุน $\frac{12(x+22)\times 100}{110}$ บาท —②

① = ② เนื่องจากทุนเท่ากัน

$$\frac{(12x)(100)}{88} = \frac{12(x+22)\times 100}{110}$$

น้ำ 12 และ 100 หารตลอด

$$\frac{12x \times 100}{88} \times \frac{1}{12\times 100} = \frac{12(x+22)\times 100}{110} \times \frac{1}{12\times 100}$$

$$\frac{x}{88} = \frac{x+22}{110}$$

น้ำ 11 คูณตลอด

$$\frac{x}{88} \times 11 = \frac{x+22}{110} \times 11$$

$$\frac{x}{8} = \frac{x+22}{10}$$

$$10x = 8(x+22)$$

$$10x = 8x + 176$$

$$2x = 176$$

$$x = 88$$

∴ พ่อค้าขายสินค้า 12 ชิ้น แรกในราคาชิ้นละ 88 บาท Ans

14. ตอบ 3

กำหนดให้ นักเรียนชมรมวิทย์ฯ x คน

นักเรียนชมรมคณิตฯ $2x$ คน

นักเรียนชมรมดนตรี $0.8(x+2x) = 2.4x$ คน

นักเรียนทั้งหมด 81 คน

เขียนรูปการได้ $x + 2x + 2.4x = 81$

$$5.4x = 81$$

$$x = \frac{81}{5.4} = 15$$

∴ มีนักเรียนชมรมดนตรี $2.4 \times 15 = 36$ คน Ans

15. ตอบ 2

กำหนดให้ เปิด 3 ท่อพร้อมกันน้ำเต็มถังใช้เวลา x นาที

ท่อที่ 1 เปิดน้ำไหลเข้า 30 นาที จะได้น้ำ 1 ถัง

ท่อที่ 1 เปิดน้ำไหลเข้า 1 นาที จะได้น้ำ $\frac{1}{30}$ ถัง

ท่อที่ 2 เปิดน้ำไหลเข้า 20 นาที จะได้น้ำ 1 ถัง

ท่อที่ 2 เปิดน้ำไหลเข้า 1 นาที จะได้น้ำ $\frac{1}{20}$ ถัง

ท่อที่ 3 เปิดน้ำไหลออก 40 นาที น้ำจะไหลออก 1 ถัง

ท่อที่ 3 เปิดน้ำไหลออก 1 นาที น้ำจะไหลออก $\frac{1}{40}$ ถัง

ในเวลา 1 นาที เปิดน้ำทั้ง 3 ท่อ จะเหลือน้ำในถัง $= \frac{1}{30} + \frac{1}{20} - \frac{1}{40}$

$$= \frac{4+6-3}{120}$$

$$= \frac{7}{120} \text{ ถัง}$$

ในเวลา x นาที เปิดน้ำ 3 ท่อ จะได้น้ำ $\frac{7}{120}(x)$ ถัง

ซึ่ง $\frac{7x}{120}$ ถัง ก็คือ น้ำ 1 ถัง

$$\frac{7x}{120} = 1$$

$$x = \frac{120}{7} = 17\frac{1}{7}$$

∴ เปิด 3 ท่อพร้อมกับน้ำจะเต็มถังใช้เวลา $17\frac{1}{7}$ นาที Ans

สมการกำลังสอง

1. ตอบ 1

สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงที่ และ $a \neq 0$ จะมีรากเป็นจำนวนจริงเพียงค่าเดียวตามเงื่อนไขต่อไปนี้คือ

$$b^2 - 4ac = 0$$

หรือ $b^2 = 4ac$ Ans

2. ตอบ 2.

กำหนดให้ $y = x^2$

$$x^4 - 3x^2 + 2 = 0$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$(y-2)(y-1) = 0$$

$y - 2 = 0$ หรือ $y - 1 = 0$

$y = 2$ หรือ $y = 1$

$x^2 = 2$ หรือ $x^2 = 1$

$x^2 = 2$	$x^2 = 1$
$x^2 - 2 = 0$	$x^2 - 1^2 = 0$
$x^2 - (\sqrt{2})^2 = 0$	$(x+1)(x-1) = 0$
$(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) = 0$	$x = -1, 1$
$x = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$	

โจทย์ให้หาผลบวกของจำนวนเต็มบวก ซึ่งมี 1 เท่านั้นเป็นจำนวนเต็มบวก ($\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ ไม่ใช่จำนวนเต็ม ส่วน -1 เป็นจำนวนเต็มลบ)

∴ ตอบ 1 Ans

3. ตอบ 3

กำหนดให้ $x - 9 = y$

$$3(x-9)^2 - 2(x-9) - 16 = 0$$

$$3y^2 - 2y - 16 = 0$$

$$(3y-8)(y+2) = 0$$

$3y - 8 = 0$ หรือ $y + 2 = 0$

$y = \frac{8}{3}$ หรือ $y = -2$

$x - 9 = \frac{8}{3}$	$x - 9 = -2$
$x = \frac{8+27}{3}$	$x = 7$
$x = \frac{35}{3}$	

∴ $x = 7, \frac{35}{3}$ Ans

4. ตอบ 4.

ข้อ $x+2=\sqrt{x-3}$ จัดอยู่ในรูป $ax^2+bx+c=0$

$(x+2)^2=(\sqrt{x-3})^2$

$x^2+4x+4=x-3$

$x^2+4x+4-x+3=0$

$x^2+3x+7=0$

$\therefore a=1,\ b=3,\ c=7$ Ans

5. ตอบ 2.

คำตอบของรูท คือ $\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$

มีอยู่ 2 คำตอบ คือ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ และ $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

นั่น $x=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ และ $x=\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

$2x=3+\sqrt{3}$ และ $2x=3-\sqrt{3}$

$2x-3-\sqrt{3}=0$ และ $2x-3+\sqrt{3}=0$

จะได้ $(2x-3-\sqrt{3})(2x-3+\sqrt{3})=0$

$[(2x-3)-\sqrt{3}][(2x-3)+\sqrt{3}]=0$

$(2x-3)^2-(\sqrt{3})^2=0$

$4x^2-12x+9-3=0$

$4x^2-12x+6=0$

$2x^2-6x+3=0$

$\therefore$ คำตอบรูท $\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$ มาจากสมการ $2x^2-6x+3=0$ Ans

6. ตอบ 3

สมการกำลังจะมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว เมื่อ $b^2-4ac=0$

ข้อ 3 $4x^2-4x+1=0$ $a=4,\ b=-4,\ c=1$

จะได้ $b^2-4ac=0$

$(-4)^2-4(4)(1)=0$

$16-16=0$

$0=0$ เป็นจริง

$\therefore$ สมการ $4x^2-4x+1=0$ จะมีคำตอบเพียงคำตอบเดียว Ans

7. ตอบ 4.

กำหนดให้ ซื้อของมา x ชิ้น
ทำเสียไป 3 ชิ้น เหลือ $x-3$ ชิ้น
ขายไปราคาชิ้นละ $\frac{720}{x}+6$ บาท

กำไร 5% หมายความว่า

ทุน 100 บาท ขายไป 105 บาท
ทุน 720 บาท ขายไป $\frac{105\times720}{100}$
$= 756$ บาท

เขียนสมการได้เป็น

$(x-3)(\frac{720}{x}+6) = 756$

$720 + 6x - \frac{2160}{x} - 18 = 756$

$720 + 6x - \frac{2160}{x} - 18 - 756 = 0$

$6x - \frac{2160}{x} - 54 = 0$ → คูณ x ตลอด

$6x^2 - 54x - 2160 = 0$ → หาร 6 ตลอด

$x^2 - 9x - 36 = 0$

$(x-24)(x+15) = 0$

$x = 24$ หรือ $x = -15$

↳ จำนวนชิ้นเป็นจำนวนบวกเท่านั้น

∴ สุเทพซื้อของมา 24 ชิ้น Ans

8. ตอบ 2.

กำหนดให้ จำนวนเต็มบวกสามจำนวนเรียงติดกัน เป็น $x-1, x, x+1$

$(x-1)(x)(x+1) = 40[(x-1)+x+(x+1)]$

$(x^2-1)(x) = 40(3x)$

$x^3 - x = 120x$

$x^3 - x - 120x = 0$

$x^3 - 121x = 0$

$x(x^2-121) = 0$

$x(x^2-11^2) = 0$

$x(x-11)(x+11) = 0$

$x = 0$ หรือ $x = 11$ หรือ $x = -11$

โจทย์กำหนดเป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้น จำนวนที่ต้องการ คือ $x = 11$ เพราะเป็นจำนวนเต็มบวก
(0 และ -11 ไม่ใช่จำนวนเต็มบวก)

∴ $x-1 = 11-1 = 10$
$x+1 = 11+1 = 12$
$x = 11$

จำนวนเต็มบวกสามจำนวน คือ 10, 11, 12

∴ ผลคูณทั้งสามจำนวน $= 10\times11\times12 = 1,320$ Ans

9. ตอบ 3

$4x^2 + kx + 12 = 0$ —(1)

สมการนี้มี a, b เป็นรากของสมการ

คำตอบของสมการเป็น a และ b แสดงว่ามาจากสมการ

$(x-a)(x-b) = 0$

$x^2 - ax - bx + ab = 0$

$x^2 - (a+b)x + ab = 0$ —(2)

(ก็อ)

9. (ต่อ)

ทราบว่า $\frac{a}{b} = 3 \rightarrow a = 3b$

แทนค่า $a = 3b$ ลงใน (2)

$$x^2 - (3b+b)x + (3b)b = 0$$

$$x^2 - 4bx + 3b^2 = 0$$

นำ 4 คูณตลอด $\quad 4x^2 - 16bx + 12b^2 = 0$ —(3)

นำ (1) เปรียบเทียบกับ (2) แบบค่าต่อต่อ

$$4x^2 + kx + 12 = 0 \text{ —(1)}$$

$$4x^2 - 16bx + 12b^2 = 0 \text{ —(2)}$$

จะได้ว่า $\quad 12b^2 = 12$

$$b^2 = 1$$

$$\therefore b = 1, -1$$

จะได้ว่า $\quad -16bx = kx$

$$k = -16b \text{ —(4)}$$

แทน $b = 1$ ใน (4) จะได้ $\quad k = -16(1) = -16$

แทน $b = -1$ ใน (4) จะได้ $\quad k = -16(-1) = 16$

$$\therefore k = 16, -16 \quad \underline{\text{Ans}}$$

10. ตอบ 1

กำหนดให้ ความยาวด้านแปลงที่ 1 เป็น x เมตร

พื้นที่แปลงที่ 1 x^2 เมตร

พื้นที่รวม 2 แปลง = 162.5 ตร.ม. $= 162.5 \times 4 = 650$ ตร.ม.

พื้นที่แปลงที่ 2 $= 650 - x^2$ ตร.ม.

ความยาวด้านแปลงที่ 2 $= \sqrt{650-x^2}$ เมตร

แต่ละแปลงล้อมรั้วด้านลวดหนาม 4 ชั้น ชั้นละ 4 ด้าน

เขียนสมการได้เป็น $\quad 4(4x) + 4(4\sqrt{650-x^2}) = 576$

$$16x + 16\sqrt{650-x^2} = 576$$

หาร 16 ตลอด $\quad x + \sqrt{650-x^2} = 36$

$$\left(\sqrt{650-x^2}\right)^2 = (36-x)^2$$

(ต่อ)

10. (มี.ค.)

$$650 - x^2 = 1296 - 72x + x^2$$

$$-646 = 2x^2 - 72x$$

$$2x^2 - 72x + 646 = 0$$

$$x^2 - 36x + 323 = 0$$

$$(x - 17)(x - 19) = 0$$

$$x = 17 \text{ หรือ } x = 19$$

∴ แต่ละด้านของแปลงที่ 1 ยาว 17 เมตร และแปลงที่2 ยาว 19 เมตร Ans
หรือ แต่ละด้านของแปลงที่ 1 ยาว 19 เมตร และแปลงที่2 ยาว 17 เมตร

11. มี.ค. 4.

กำหนดให้ $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$

$$(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 - 3(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 10 = 0$$

$$y^2 - 3y - 10 = 0$$

$$(y - 5)(y + 2) = 0$$

$y - 5 = 0$ หรือ $y + 2 = 0$

$y = 5$ หรือ $y = -2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$ หรือ $x^2 + \frac{1}{x^2} = -2$

เนื่องจาก $x^2 \neq 0, \frac{1}{x^2} \neq 0$

∴ $x^2 + \frac{1}{x^2} \neq 0$

ซึ่งเป็น -2 ไม่ได้

∴ สมการไม่เป็นจริง

โจทย์ถามหา $(x + \frac{1}{x})^4$

$$(x + \frac{1}{x})^2 = x^2 + 2(x)(\frac{1}{x}) + (\frac{1}{x})^2$$

$$= x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$= (x^2 + \frac{1}{x^2}) + 2 \quad ; x^2 + \frac{1}{x^2} = 5$$

$$= 5 + 2$$

$$(x + \frac{1}{x})^2 = 7$$

$$((x + \frac{1}{x})^2)^2 = 7^2$$

∴ $(x + \frac{1}{x})^4 = 49$ Ans

12. มี.ค. 3

กำหนดให้ $x = \cfrac{1}{2 - \cfrac{1}{2 - \cfrac{1}{2 - \cdots}}}\Big\} x$

$$x = \frac{1}{2 - x}$$

$$x(2 - x) = 1$$

$$2x - x^2 = 1$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

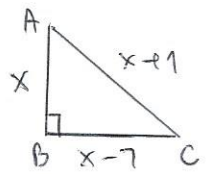
จากโจทย์ $q - \cfrac{1}{2 - \cfrac{1}{2 - \cfrac{1}{2 - \cdots}}}\Big\} x$

$$= q - x$$

$$= q - 1$$

$$= 8 \quad \text{Ans}$$

13. ตอบ 1.



กำหนดให้ $\overline{AB}$ ยาว x เซนติเมตร

$\overline{BC}$ ยาว $x-7$ เซนติเมตร

$\overline{AC}$ ยาว $x+1$ เซนติเมตร

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

(ด้านตรงข้ามมุมฉาก)^2 = (ด้านประกอบมุมฉาก)^2 + (ด้านประกอบมุมฉาก)^2

$$(\overline{AC})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2$$

$$(x+1)^2 = x^2 + (x-7)^2$$

$$x^2+2x+1 = x^2 + x^2 - 14x + 49$$

$$x^2+2x+1 - x^2 - x^2 + 14x - 49 = 0$$

$$-x^2 + 16x - 48 = 0$$

ทูณ -1 ตลอดสมการ

$$x^2 - 16x + 48 = 0$$

$$(x-12)(x-4) = 0$$

$$x = 12 \text{ หรือ } x = 4$$

ถ้า $\overline{AB} = x = 12$ ซม.

$\overline{BC} = x-7 = 12-7 = 5$ ซม.

$\overline{AC} = x+1 = 12+1 = 13$ ซม.

$\therefore$ $\overline{AB} = 12$ ซม.

$\overline{BC} = 5$ ซม.

$\overline{AC} = 13$ ซม. Ans

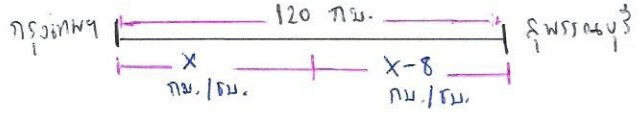
ถ้า $\overline{AB} = x = 4$ ซม.

$\overline{BC} = x-7 = 4-7 = -3$ ซม. ความยาวติดลบไม่ได้

$\overline{AC} = x+1 = 4+1 = 5$ ซม

ดังนั้น $\overline{AB} = x = 4$ ซม. ใช้ไม่ได้

14. ตอบ 4.



กำหนดให้ ขับรถด้วยอัตราเร็ว เป็น x กม./ชม.

① หาเวลาที่ใช้วิ่งปกติ (เมื่อรถไม่ขัดข้อง ด้วยอัตราเร็วเดิม)

จากสูตร อัตราเร็ว = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

เวลา = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$

$\therefore$ เวลาที่ใช้วิ่งปกติ = $\frac{120}{x}$ ชั่วโมง

(ต่อ)

14. (ต่อ)

① หาเวลาที่ใช้วิ่งครั้งแรก ∴ ระยะทาง = $\frac{120}{2}$ = 60 กิโลเมตร ด้วยอัตราเร็ว x กม./ชม.

∴ เวลาที่ใช้วิ่งครั้งแรก = $\frac{60}{x}$ ชั่วโมง

③ หาเวลาที่ใช้วิ่งครั้งหลัง ∴ ระยะทาง = $\frac{120}{2}$ = 60 กิโลเมตร ด้วยอัตราเร็ว $x-8$ กม./ชม.

∴ เวลาที่ใช้วิ่งครั้งหลัง = $\frac{60}{x-8}$ ชั่วโมง

▶ จากโจทย์ ทำให้กลับปลายทางช้าไป = 22.5 = $\frac{45}{2}$

= $\frac{45}{2} \times \frac{1}{60} = \frac{3}{8}$ ชั่วโมง

เขียนสมการได้เป็น

(เวลาครั้งแรก + เวลาครั้งหลัง) − เวลาปกติ = เวลาที่ช้าไป

$$\frac{60}{x} + \frac{60}{x-8} - \frac{120}{x} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{60}{x-8} - \frac{60}{x} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{60x - 60(x-8)}{x(x-8)} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{60x - 60x + 480}{x(x-8)} = \frac{3}{8}$$

$$480 \times \frac{8}{3} = x(x-8)$$

$$1,280 = x^2 - 8x$$

$$x^2 - 8x - 1,280 = 0$$

$$(x+32)(x-40) = 0$$

$x = -32$ หรือ $x = 40$

ค่าลบใช้ไม่ได้

∴ $x = 40$

∴ เดิมเขาขับรถด้วยอัตราเร็ว เท่ากับ 40 กิโลเมตร/ชั่วโมง Ans

15. ตอบ 3

ให้ ท่อเล็กเปิดน้ำเต็มถัง ใช้เวลา x นาที

∴ ท่อใหญ่เปิดน้ำเต็มถังใช้เวลา $x-18$ นาที

▷ ในเวลา x นาที เปิดน้ำท่อเล็กจะได้ น้ำ 1 ถัง

ในเวลา 1 นาที เปิดน้ำท่อเล็กจะได้ น้ำ $\frac{1}{x}$ ถัง

▷ ในเวลา $x-18$ นาที เปิดน้ำท่อใหญ่จะได้น้ำ 1 ถัง

ในเวลา 1 นาที เปิดน้ำท่อใหญ่จะได้น้ำ $\frac{1}{x-18}$ ถัง ①

∴ ในเวลา 1 นาที เปิดน้ำทั้งท่อเล็กท่อใหญ่

จะได้น้ำ $= \frac{1}{x} + \frac{1}{x+18}$ ถัง

ในเวลา 12 นาที เปิดน้ำทั้งท่อเล็กท่อใหญ่ $= 12\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-18}\right)$ ถัง

ซึ่งน้ำ $12\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-18}\right)$ ถัง ก็คือ น้ำที่รองได้ $= 1$ ถัง

เขียนสมการได้ดังนี้

$$12\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-18}\right) = 1$$

$$12\left[\frac{x-18+x}{x(x-18)}\right] = 1$$

$$12(2x-18) = x(x-18)$$

$$24x - 216 = x^2 - 18x$$

$$x^2 - 18x - 24x + 216 = 0$$

$$x^2 - 42x + 216 = 0$$

$$(x-6)(x-36) = 0$$

ดังนั้น $x = 6$ หรือ $x = 36$

แต่ $x=6$ ใช้ไม่ได้ เพราะจะทำให้ $\frac{1}{x-18}$ เป็นจำนวนลบ

แทนค่า $x=36$ ใน ① $\frac{1}{36-18} = \frac{1}{18}$

ท่อใหญ่ใส่น้ำ $\frac{1}{18}$ ถัง ใช้เวลา 1 นาที

ดังนั้น ท่อใหญ่ใส่น้ำ 1 ถัง ใช้เวลา $\frac{1}{\frac{1}{18}} = 18$ นาที Ans

ระบบสมการ

1. ตอบ 2

$3x+6y=0$ —①

$3x-2y=-8$ —②

① − ② $(3x+6y)-(3x-2y)=0-(-8)$

$3x+6y-3x+2y=8$

$8y=8$

$y=1$

แทน $y=1$ ใน ①

$3x+6(1)=0$

$3x=-6$

$x=-2$

$(a,b)=(-2,1)$

∴ (a,b) เป็นคำตอบของระบบสมการ $x-2y=-4$

ข้อ 1 $x+2y=-3$

$-2+2(1)=-3$

$0=0$ ไม่เป็นจริง

ข้อ 2 $x-2y=-4$

$-2-2(1)=-4$

$-4=-4$ เป็นจริง

ข้อ 3 $2x+y=3$

$2(-2)+1=3$

$-3=3$ ไม่เป็นจริง

ข้อ 4 $2x-y=5$

$2(-2)-1=5$

$-5=5$ ไม่เป็นจริง

2. ตอบ 4.

ระบบสมการ ที่มีคำตอบมากมายไม่จำกัด คือ สมการที่มีกราฟเส้นตรงเป็นเส้นเดียวกัน ซึ่งจะมีจุดร่วมมากมายหลายจุด บนเส้นตรงนั่นเอง

พบว่า ข้อ 4 $3x-2y=1$ —①

$9x-6y=3$ —②

② ÷3 $3x-2y=1$ —③

จะได้ว่า ① = ③

ข้อ ระบบสมการที่มีคำตอบมากมายไม่จำกัด คือ $3x-2y=1$ และ $9x-6y=3$

Ans

3. ตอบ 1.

$4x^2-5y^2+16=0$ —①

$(x+y)^2=9$

$\sqrt{(x+y)^2}=\sqrt{9}$

$x+y=3$

$y=-x+3$ —②

(ต่อ)

3. (ต่อ)

นำ $y = -x+3$ แทนใน ①

$4x^2 - 5(-x+3)^2 + 16 = 0$

$4x^2 - 5(+x)^2 - 6x + 9) + 16 = 0$

$4x^2 - 5x^2 + 30x - 45 + 16 = 0$

$-x^2 + 30x - 29 = 0$

คูณ -1 ตลอด

$x^2 - 30x + 29 = 0$

$(x-1)(x-29) = 0$

$x = 1$ หรือ $x = 29$

แทน $x = 1$ ใน ②

$y = -1 + 3$

$y = 2$

จะได้คำตอบ $(1, 2)$

แทน $x = 29$ ใน ②

$y = -29 + 3$

$y = -26$

จะได้คำตอบ $(29, -26)$

แก่โจทย์ ถาม xy เมื่อ x และ y เป็น จำนวนเต็มบวก

ดังนั้น $(1, 2)$ เท่านั้น

$\therefore xy = 1 \times 2 = 2$ Ans

(ตรวจคำตอบแล้วเป็นจริง)

4. ตอบ 2

$2x - 3y = -9$ —①

$3(x-1) = 5(y-4) + 2$ —②

$3x - 3 = 5y - 20 + 2$

$3x - 5y = -20 + 2 + 3$

$3x - 5y = -15$ —③

① $\times 3$ $6x - 9y = -27$ —④

③ $\times 2$ $6x - 10y = -30$ —⑤

④ − ⑤ $-9y - (-10y) = -27 - (-30)$

$-9y + 10y = -27 + 30$

$y = 3$

แทน $y = 3$ ใน ①

$2x - 3(3) = -9$

$2x - 9 = -9$

$2x = -9 + 9$

$2x = 0$

$x = 0$

$\therefore$ จะได้คำตอบ $(0, 3)$ Ans

(ตรวจคำตอบแล้วเป็นจริง)

5. ตอบ 3

$3xy + 2y^2 = 0$ —①

$5xy - 3y^2 = -57$ —②

① $\times 5$ $15xy + 10y^2 = 0$ —③

② $\times 3$ $15xy - 9y^2 = -171$ —④

③ − ④ $10y^2 - (-9y^2) = 0 - (-171)$

$10y^2 + 9y^2 = 171$

$19y^2 = 171$

$y^2 = 9$

$y = 3$ หรือ $y = -3$

แทน $y = 3$ ใน ①

$3x(3) + 2(3)^2 = 0$

$9x + 18 = 0$

$9x = -18$

$x = -2$

จะได้คำตอบ $(-2, 3)$

แทน $y = -3$ ใน ①

$3x(-3) + 2(-3)^2 = 0$

$-9x + 18 = 0$

$-9x = -18$

$x = 2$

จะได้คำตอบ $(2, -3)$

$\therefore$ คำตอบของสมการคือ $(2, -3)$ และ $(-2, 3)$ Ans

(ตรวจคำตอบแล้วเป็นจริง)

6. ตอบ 3.

กำหนดให้ จำนวนเหรียญ บาท เป็น x เหรียญ

จำนวนเหรียญสิบบาท เป็น y เหรียญ

$$x + y = 200 \quad \text{—①}$$

$$x + 10y = 920 \quad \text{—②}$$

② − ① $(x+10y) - (x+y) = 920 - 200$

$$x + 10y - x - y = 720$$

$$9y = 720$$

$$y = 80$$

แทน $y = 80$ ใน สมการ ①

$$x + 80 = 200$$

$$x = 200 - 80 = 120 \text{ เหรียญ}$$

ใช้ตรวจคำตอบสมการ แล้ว พบว่าเป็นจริง

∴ เหรียญ บาทมี 120 เหรียญ และเหรียญสิบมี 80 เหรียญ Ans

7. ตอบ 4.

กำหนดให้ จำนวนนักท่องเที่ยว เป็น x คน

ค่ารถคนละ $= y$ บาท

ค่ารถทั้งหมด $= xy$ บาท

จะได้สมการใด $(x-12)(y+18) = xy \quad \text{—①}$

$(x+8)(y-6) = xy \quad \text{—②}$

จัดรูป ① ได้ $xy - 12y + 18x - 216 = xy$

$$18x - 12y = 216 \quad \text{—③}$$

จัดรูป ② ได้ $8y + 8y - 6x - 48 = xy$

$$-6x + 8y = 48 \quad \text{—④}$$

④ × 3 $-18x + 24y = 144 \quad \text{—⑤}$

③ + ⑤ $(18x - 12y) + (-18x + 24y) = 216 + 144$

$$18x - 12y - 18x + 24y = 360$$

$$12y = 360$$

$$y = 30$$

แทน $y = 30$ ใน ③

$$18x + 12(30) = 216$$

$$18x + 360 = 216$$

$$18x = 216 + 360$$

$$18x = 576$$

$$x = 32$$

∴ จำนวน นักท่องเที่ยว 32 คน

ค่ารถคนละ 30 บาท

∴ ค่ารถทั้งหมด $= 32 \times 30$

$= 960$ บาท

Ans

8. ตอบ 1

จาก $y(2x-3)-3=0$

$2xy-3y-3=0$

$2xy-3y=3$ —①

และ $2y-xy+1=0$ —②

$2y-xy=-1$ —③

③ × 2 $4y-2xy=-2$ —④

④ + ① $(4y-2xy)+(2xy-3y)=-2+3$

$4y-2xy+2xy-3y=1$

$y=1$

แทน $y=1$ ใน ①

$2x(1)-3(1)=3$

$2x-3=3$

$2x=6$

$x=3$

ดังนั้นจุดตัดคือ $(3,1)$

นำ $(3,1)$ ไปแทนในตัวเลือกทุกข้อ

พบว่า ข้อ 1

▷ $3x-2y=7$

$3(3)-2(1)=7$

$9-2=7$

$7=7$ เป็นจริง

▷ $x+y=4$

$3+1=4$

$4=4$ เป็นจริง

∴ ตอบข้อ 1 Ans

9. ตอบ 1

กำหนดให้ x เป็นเลขโดดในหลักสิบ

y เป็นเลขโดดในหลักหน่วย

หลักหน่วย จะมีค่าประจำหลักเป็น $10^0=1$ → ถ้า x เป็นหลักหน่วย มีค่าประจำหลัก $=x$

หลักสิบ จะมีค่าประจำหลักเป็น $10^1=10$ → ถ้า y เป็นหลักหน่วย มีค่าประจำหลัก $=y$

→ ถ้า x เป็นหลักสิบ มีค่าประจำหลัก $=10x$

→ ถ้า y เป็นหลักสิบ มีค่าประจำหลัก $=10y$

เขียนสมการได้เป็น $x-y=4$ —①

ค่าประจำหลักของ $\underline{xy}+\underline{yx}=154$

สลับเลขโดด

จะได้ $(10x+y)+(10y+x)=154$ —②

$10x+y+10y+x=154$

$11x+11y=154$

หาร 11 ตลอดสมการ $x+y=14$ —③

(mb)

9. (ต่อ)

① + ③ $(x-4)+(x+4) = 4+14$

$x-4+x+4 = 18$

$2x = 18$

$x = 9$

แทน $x=9$ ลง ①

$x-4 = 4$

$9-4 = 4$

$4 = 9-4$

$4 = 5$

$\therefore$ จำนวนนั้นคือ $xy = 95$ Ans

10 ตอบ 2

$y = 2x+k$ —①

$x^2+y^2+3x+1 = 0$ —②

แทน $y = 2x+k$ ลง ②

$x^2+(2x+k)^2+3x+1 = 0$

$x^2+4x^2+4kx+k^2+3x+1 = 0$

$\underset{a}{5}x^2+\underset{b}{(4k+3)}x+\underset{c}{(k^2+1)} = 0$

เนื่องจาก กราฟทั้งสอง สัมผัสกันเพียงจุดเดียว จะได้ว่า

$b^2-4ac = 0$

$(4k+3)^2-4(5)(k^2+1) = 0$

$16k^2+24k+9-20k^2-20 = 0$

$-4k^2+24k-11 = 0$

$4k^2-24k+11 = 0$

$(2k-11)(2k-1) = 0$

$\therefore k = \frac{11}{2}, \frac{1}{2}$

$\therefore k^{-1} = \frac{2}{11}, 2$ Ans

11. ตอบ 3

ในเวลา 1 วัน ผู้ใหญ่ 1 คน ทำงานได้ x หน่วย
ในเวลา 1 วัน เด็ก 1 คน ทำงานได้ y หน่วย
ในเวลา 14 วัน ผู้ใหญ่ 5 คน เด็ก 2 คน ทำงานได้
$(5 \times x \times 14) + (2 \times y \times 14)$
$= 70x + 28y$ หน่วย —①
ในเวลา 17 วัน ผู้ใหญ่ 3 คน เด็ก 5 คน ทำงานได้
$(3 \times 17 \times x) + (5 \times 17 \times y)$
$= 51 + 85y$ หน่วย —②
① = ② เนื่องจาก มีปริมาณงานเท่ากัน

$$70x + 28y = 51x + 85y$$
$$70x - 51x = 85y - 28y$$
$$19x = 57y$$
$$x = 3y$$

แทนค่า $x = 3y$ ใน ①

$70(3y) + 28y$ หน่วย ทำงานได้ = 1 ชิ้น
$210y + 28y$ หน่วย ทำงานได้ = 1 ชิ้น
$238y$ หน่วย ทำงานได้ = 1 ชิ้น

ในเวลา a วัน ผู้ใหญ่ 10 คน เด็ก 4 คน ทำงานได้ $= (10 \times a \times x) + (4 \times a \times y)$
$= 10ax + 4ay$ หน่วย —③

แทนค่า $x = 3y$ ใน ③

$10a(3y) + 4ay$ หน่วย ทำงานได้ = 1 ชิ้น

$$30ay + 4ay = 238y$$
$$34ay = 238y$$
$$a = \frac{238y}{34y}$$
$$a = 7 \text{ วัน}$$

∴ ผู้ใหญ่ 10 คน เด็ก 4 คน ทำงาน เสร็จใน 7 วัน Ans

12. ตอบ 2.

	4ปีที่แล้วมา	ปัจจุบัน	4ปีข้างหน้า
พ่อ	$x-4$	x	$x+4$
ลูก	$y-4$	y	$y+4$

เขียนสมการได้

$$x-4 = 7(y-4)$$

$$x-4 = 7y-28$$

$$x-7y = -24 \quad \text{---(1)}$$

$$x+4 = 4(y+4)$$

$$x+4 = 4y+16$$

$$x-4y = 12 \quad \text{---(2)}$$

(1) − (2)

$$-3y = -36$$

$$y = 12$$

แทน $y=12$ ใน (2)

$$x-4(12) = 12$$

$$x-48 = 12$$

$$x = 60$$

$\therefore \frac{\text{อายุพ่อ}}{\text{อายุลูก}} = \frac{x}{y} = \frac{60}{12} = 5$ เท่า Ans

13. ตอบ 2

$$(x-3)^2+y^2 = 4 \quad \text{---(1)}$$

$$x-y = 5$$

$$x = y+5 \quad \text{---(2)}$$

แทน $x = y+5$ ใน (1)

$$(y+5-3)^2+y^2 = 4$$

$$(y+2)^2+y^2 = 4$$

$$y^2+4y+4+y^2-4 = 0$$

$$2y^2+4y = 0$$

$$2y(y+2) = 0$$

$y = 0$ หรือ $y = -2$

แทนค่า $y=0$ ใน (2)

$$x = 0+5 = 5$$

แทนค่า $y=-2$ ใน (2)

$$x = -2+5 = 3$$

$\therefore$ จุดที่กราฟตัดกัน คือ $(5,0)$ และ $(3,-2)$

$\therefore a = 3$

$b = -2$

ดังนั้น $ab = (3)(-2) = -6$ Ans

14. ตอบ 2

กำหนดให้ เลขจำนวนเต็มบวกตัวที่มีค่ามาก = x
เลขจำนวนเต็มบวกตัวที่มีค่าน้อย = y

เขียนสมการได้เป็น

$(x+y)^2-(x-y)^2 = 160$

$(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2) = 160$

$x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2 = 160$

$4xy = 160$

$\therefore xy = \frac{160}{4} = 40$ —①

$x^2-xy = 24$ —②

① + ②

$xy + x^2-xy = 40+24$

$x^2 = 64$

$x^2 = 8^2$

$x = 8$

แทน $x=8$ ใน ①

$(8)(y) = 40$

$\therefore y = \frac{40}{8}$

$y = 5$

∴ เลข 2 จำนวนนั้นคือ 8, 5 Ans

15. ตอบ 3

กำหนดให้ ระยะทางตามน้ำ ก. ถึง ท่า ข. เท่ากับ x กิโลเมตร

อัตราเร็วเรือตามน้ำ $= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

$= \frac{x}{\frac{50}{60}} = \frac{6x}{5}$ กม./ชม.

∴ อัตราเร็วพายเรือในน้ำนิ่ง + อัตราเร็วกระแสน้ำ $= \frac{6x}{5}$ —①

อัตราเร็วพายเรือทวนน้ำ $= \frac{x}{\frac{70}{60}} = \frac{6x}{7}$ กม./ชม.

∴ อัตราเร็วพายเรือในน้ำนิ่ง − อัตราเร็วกระแสน้ำ $= \frac{6x}{7}$ —②

① + ② 2(อัตราเร็วพายเรือในน้ำนิ่ง) $= \frac{72x}{35}$ —③

① − ② 2(อัตราเร็วกระแสน้ำ) $= \frac{12x}{35}$ —④

③ ÷ ④ $\frac{\text{อัตราเร็วพายเรือในน้ำนิ่ง}}{\text{อัตราเร็วกระแสน้ำ}} = \frac{6}{1} = 6:1$ Ans

อสมการ

1. ตอบ 3.

เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ตรงกับ $3x - 4 \geq 2x + 12$

2. ตอบ 4.

$$\frac{7x+2}{5} < \frac{4x+1}{2}$$

นำ 10 คูณตลอด $10^{2} \times \frac{(7x+2)}{5} < 10^{5} \times \frac{(4x+1)}{2}$

$$14x + 4 < 20x + 5$$
$$4 + 5 < 20x - 14x$$
$$9 < 6x$$
$$6x > 9$$
$$x > \frac{9}{6}$$
$$x > \frac{3}{2}$$
$$\therefore \quad x > 1.5$$ Ans

3. ตอบ 2.

จากกราฟเส้นจำได้อสมการคือ $x < -1$

ข้อ 1 $-2x - 2 < 0$

$-2x < 2$

$x > \frac{2}{-2}$ (เปลี่ยนเครื่องหมาย)

$x > -1$

ข้อ 2 $-2x - 2 > 0$

$-2x > 2$

$x < \frac{2}{-2}$ (เปลี่ยนเครื่องหมาย)

$x < -1$

ข้อ 3 $2x + 2 \geq 0$

$2x \geq -2$

$x \geq -\frac{2}{2}$

$x \geq -1$

ข้อ 4 $-2x + 2 \leq 0$

$-2x \leq -2$

$x \geq \frac{-2}{-2}$ (เปลี่ยนเครื่องหมาย)

$x \geq 1$

∴ ตอบข้อ 2 Ans

4. ตอบ 3

$$\frac{3(x-1)}{2} + \frac{1}{3}(2x-5) \leq \frac{5x+1}{6}$$

คูณ 6 ตลอดทุกพจน์

$$\cancel{6}^{3} \times \frac{3(x-1)}{\cancel{2}} + \cancel{6}^{2} \times \frac{1}{\cancel{3}}(2x-5) \leq \cancel{6} \times \frac{(5x+1)}{\cancel{6}}$$

$$9(x-1) + 2(2x-5) \leq 5x+1$$

$$9x - 9 + 4x - 10 \leq 5x+1$$

$$13x - 19 \leq 5x+1$$

$$13x - 5x \leq 1+19$$

$$8x \leq 20$$

$$x \leq \frac{20}{8}$$

$$x \leq 2.5$$

จากโจทย์ กำหนดให้ x เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $x \geq 0$

ดังนั้น $0 \leq x \leq 2.5$

จึงได้ $x = 0, 1, 2 \rightarrow$ 3 จำนวน Ans

5. ตอบ 3

$-1 \leq x \leq 2$ —①

$1 \leq y \leq 3$ —②

ข้อ 1 ①+② ได้ $0 \leq x+y \leq 5$ → ถูกต้อง

ข้อ 2 ② $\times (-1)$ ได้ $-3 \leq -y \leq -1$ —③

①+③ ได้ $-4 \leq x-y \leq 1$ → ถูกต้อง

ข้อ 3 เมื่อ ลองแทนค่า x และ y ใน $-1 < xy \leq 6$

เช่น $x=-1$ และ $y=2$ พบว่า $-1 < (-1)(2) \leq 6$

$-1 < -2 \leq 6$ ไม่เป็นจริง

∴ ข้อ 3 ผิด Ans

ข้อ 4 $1 \leq y \leq 3$ เขียนเป็น $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{y} \leq 1$ —④

①$\times$④ $-\frac{1}{3} \leq \frac{x}{y} \leq 2$

เพื่อนอก $-1 \leq -\frac{1}{3}$

ดังนั้น $-1 \leq \frac{x}{y} \leq 2$

6. ตอบ 3.

กำหนดให้ จำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า เป็น x

จำนวนเต็มบวกที่มากกว่า เป็น $x+4$

เขียนอสมการได้ $36 < 3x+(x+4) \leq 56$

$36 < 4x+4 \leq 56$

หาร 4 ตลอด $\frac{36}{4} < \frac{1}{4}(4x+4) \leq \frac{56}{4}$

$9 < x+1 \leq 14$

$9-1 < x \leq 14-1$

$\therefore \quad 8 < x \leq 13$ Ans

7. ตอบ 2

กำหนดให้ จำนวนปากกาที่ซื้อมา เป็น x ด้าม

เขียนอสมการได้เป็น $x-10 < 24$

$x < 24+10$

$x < 34$

แปลความว่า ซื้อปากกามาน้อยกว่า 34 ด้าม แสดงว่า ซื้อปากกามากที่สุด 33 ด้าม Ans

8. ตอบ 3

$-5 \leq \frac{4-3x}{2} < 1$

$-10 \leq 4-3x < 2$

คูณ -1 ตลอดอสมการ (เปลี่ยนเครื่องหมาย)

$10 \geqslant 3x-4 > -2$

$10+4 \geqslant 3x > -2+4$

$14 \geqslant 3x > 2$

$\frac{14}{3} \geqslant x > \frac{2}{3}$

$4.67 \geqslant x > 0.67$

โจทย์ให้หาผลต่างระหว่าง จำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด และ จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ที่อยู่ในช่วง $a < x \leq b$

$\therefore$ จำนวนเต็มบวกมากที่สุด คือ 4

จำนวนเต็มบวกน้อยที่สุด คือ 1

$\therefore$ ผลต่างที่ต้องการ $= 4-1 = 3$ Ans

9. ตอบ 3.

$$x + \frac{3x+1}{2} < \frac{5+8x}{3}$$

นำ 6 คูณตลอด

$$6x + 3(3x+1) < 2(5+8x)$$

$$6x + 9x + 3 < 10 + 16x$$

$$6x + 9x - 16x < 10 - 3$$

$$-x < 7$$

นำ -1 คูณตลอด (เปลี่ยนเครื่องหมาย)

$$\therefore x > -7$$ Ans

10. ตอบ 4

กำหนดให้ ดอกบัวหลวงมี x ดอก

ดอกบัวขาวมี y ดอก

เขียนอสมการได้เป็น $20 < x + y < 25$ — ①

$$2x + y = 32$$ — ②

$$y = 32 - 2x$$ — ③

นำ ③ $y = 32 - 2x$ ไปแทนใน ①

$$20 < x + 32 - 2x < 25$$

$$20 < 32 - x < 25$$

$$20 - 32 < -x < 25 - 32$$

$$-12 < -x < -7$$

คูณ -1 ตลอด (เปลี่ยนเครื่องหมาย)

$$12 > x > 7$$

ดอกบัวหลวงน้อยกว่า 12 ดอก แต่มากกว่า 7 ดอก

$\therefore$ ซื้อดอกบัวหลวงได้มากที่สุดเป็น 11 ดอก Ans

11. ตอบ 3

$$3x^2 + 6x \leq 0$$

$$3x(x+2) \leq 0$$

$$x(x+2) \leq 0$$

ค้า $x(x+2) = 0$

$x = 0$ หรือ $x = -2$

$\therefore$ $-2 \leq x \leq 0$ Ans

12. ตอบ 3

$$(x-1)*2 = \frac{x-1}{2} + (x-1) - 5$$
$$= \frac{x-1}{2} + x - 6$$
$$= \frac{x}{2} - \frac{1}{2} + x - 6$$
$$= \frac{x+2x}{2} - \frac{1-12}{2}$$
$$= \frac{3x}{2} - \frac{13}{2}$$

$$x*3 = \frac{x}{3} + x - 5$$
$$= \frac{x+3x}{3} - 5$$
$$= \frac{4x}{3} - 5$$

จากโจทย์ $(x-1)*2 \geq x*3$

จะได้ $\frac{3x}{2} - \frac{13}{2} \geq \frac{4x}{3} - 5$

คูณด้วย ห.ร.น. ของตัวส่วน

$$6^{3} \times \frac{3x}{2} - 6 \times \frac{13}{2} \geq 6^{2} \times \frac{4x}{3} - 5(6)$$
$$9x - 39 \geq 8x - 30$$
$$9x - 8x \geq -30 + 39$$
$$\therefore x \geq 9 \quad \text{Ans}$$

13. ตอบ 2.

จากโจทย์ $a = 2b$

จะได้ว่า $a > b$

จากสมบัติของรูป Δ ผลยาวของความยาวด้านคู่ใดๆ จะมากกว่าความยาวด้านที่เหลือเสมอ

จะได้ว่า $b + c > a$

แทน $a = 2b$; $b + c > 2b$

$$c > 2b - b$$
$$c > b$$

เมื่อ $a > b$ และ $c > b$ $\therefore$ b มากน้อยที่สุด Ans

14. ตอบ 1

กำหนดให้ แตงโมผลใหญ่ มี x ผล

แตงโมผลเล็ก มี y ผล

จะได้ จำนวนแตงโมทั้งหมด $x+y = 200 \rightarrow y = 200-x$

แตงโมผลใหญ่ ผลละ 15 บาท

แตงโมผลเล็ก ผลละ 12 บาท

จะได้ ราคาขาย $= 15x + 12y$

ถ้าโจทย์ต้นทุน 2,150 บาท กำไรมากกว่า 600 บาท

ราคาขาย $> 2,150 + 600$

$15x + 12y > 2750$

แทน $y = 200 - x$

$15x + 12(200-x) > 2750$

$15x + 2400 - 12x > 2750$

$3x > 2750 - 2400$

$3x > 350$

$x > \frac{350}{3}$

$x > 116\frac{2}{3}$

โจทย์ถาม → จะต้องซื้อแตงโมผลใหญ่อย่างน้อยรู้ลำดับ

ดังนั้น จำนวนแตงโมผลใหญ่จะต้องซื้ออย่างน้อยรู้จัก 117 ผล

15. ตอบ 4.

กำหนดให้ มีเหรียญ x เหรียญ

เหรียญบาท x เหรียญ $=$ x บาท

เหลือจำนวนที่เป็นเหรียญสลึง $= 20-x$ บาท

1 บาท แลกเหรียญสลึงได้ $= 4$ เหรียญ

$20-x$ บาท แลกเหรียญสลึงได้ $= 4(20-x)$ เหรียญ

∴ จำนวนเหรียญบาทและเหรียญสลึง $= x + 4(20-x)$ เหรียญ

(ต่อ)

15. (ต่อ)

$$50 < x + 4(20-x) < 60$$

$$50 < x + 80 - 4x < 60$$

$$50 - 80 < -3x < 60 - 80$$

$$-30 < -3x < -20$$

คูณด้วย -1 ตลอด (เปลี่ยนเครื่องหมาย)

$$30 > 3x > 20$$

หรือ $20 < 3x < 30$

$$\frac{20}{3} < x < \frac{30}{3}$$

$$6\frac{2}{3} < x < 10$$

$\therefore x$ ได้แก่ $7, 8, 9$

$\therefore$ สมชายมีเหรียญบาทเป็น $7, 8$ หรือ 9 เหรียญ Ans

เรขาคณิต

1. ตอบ 2

ข้อ 1 ถูกต้อง $\Delta ACP \cong \Delta BDP$ เนื่องจาก

1. $\overline{AP} = \overline{BP}$ (โจทย์กำหนด)
2. $A\hat{P}C = B\hat{P}D$ (มุมตรงข้าม)
3. $\overline{CP} = \overline{DP}$ (โจทย์กำหนด)

$\therefore \Delta ACP \cong \Delta BDP$ แบบ ด.ม.ด.

ข้อ 2 ผิด เนื่องจาก $\hat{1} = \hat{4}$ และ $\hat{3} = \hat{2}$ $\therefore \hat{1} \neq \hat{2}$ Ans

ข้อ 3 ถูกต้อง เนื่องจาก $\Delta ACP \cong \Delta BDP$ $\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$

ข้อ 4 ถูกต้อง เนื่องจาก ระยะห่างระหว่าง $\overline{AC}$ และ $\overline{BD}$ มีระยะห่างที่เท่ากัน โดย $\overline{AP} = \overline{BP}$ และ $\overline{CP} = \overline{DP}$ $\therefore \overline{AC} \parallel \overline{BD}$

2. ตอบ 2

จากรูป จะได้ว่า

1. $F\hat{C}D = E\hat{C}D$ ($\overline{CD}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{C}B$)
2. $C\hat{F}D = C\hat{E}D$ (โจทย์กำหนด)
3. $C\hat{D}F = C\hat{D}E$ (รูป Δ สองรูป ถ้ามีมุมเท่ากัน สองคู่ แล้ว มุมคู่ที่สามย่อมเท่ากัน)
4. $CD = CD$ (ด้านร่วม)

$\therefore \Delta CFD \cong \Delta CED$ แบบ ม.ด.ม (จากข้อ 1, 3 และ 4)

3. ตอบ 3

จากรูป $A\hat{B}$ สมนัยกับ $R\hat{Q}P$ เนื่องจากเป็นมุมแย้ง
$A\hat{C}B$ สมนัยกับ $R\hat{P}C$ เนื่องจากเป็นมุมแย้ง
$B\hat{A}C$ สมนัยกับ $Q\hat{R}P$ เนื่องจากเป็นมุมรอบเท่ากัน
} $\therefore \Delta ABC \sim \Delta RQP$

จะได้ $\frac{QR}{AB} = \frac{PR}{AC}$

$\frac{QR}{3} = \frac{8}{6}$

$QR = \frac{8}{\cancel{6}_{2}} \times \cancel{3}^{4}$

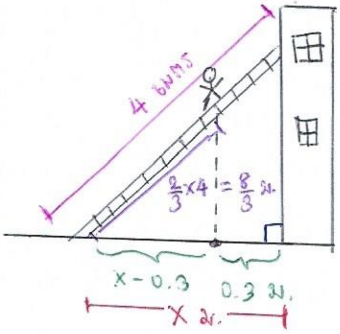
$QR = 4$ เซนติเมตร

$\therefore$ พื้นที่ $\Delta PQR = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{\cancel{2}} \times 8 \times \cancel{4}^{2}$

$= 16$ เซนติเมตร Ans

4. ตอบ 1



กำหนดเชิงบันไดห่างจากผนังตึก เป็น x เมตร

จากรูป พบว่า Δ สองรูป เป็น สามเหลี่ยมคล้ายกัน

จะได้ $\frac{x}{x-0.3} = \frac{4}{\frac{8}{3}}$

$\frac{8}{3}x = 4(x-0.3)$

$8x = 12(x-0.3)$

$8x = 12x - 3.6$

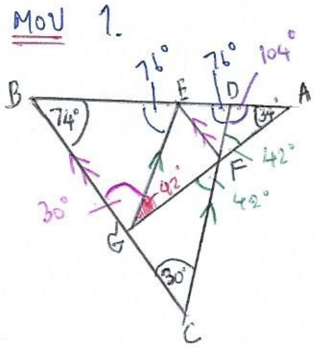
$12x - 8x = 3.6$

$4x = 3.6$

$x = \frac{3.6}{4} = 0.9$

∴ เชิงบันไดห่างจากตึก เป็น 0.9 เมตร Ans

5. ตอบ 1.



1) Δ BCD ; $B\hat{D}C = 180° - 74° - 30° = 76°$

2) EG // DC มีเส้นตัด BA จะได้ $B\hat{D}C = B\hat{E}G$ เนื่องจากเป็นมุมภายนอกและภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

∴ $B\hat{E}G = 76°$

3) Δ BGE ; $B\hat{G}E = 180° - 74° - 76° = 30°$

4) $F\hat{D}A = 180° - E\hat{D}F = 180° - 76° = 104°$

5) $D\hat{F}A = 180° - 104° - 34° = 42°$ ∵ Δ DFA

6) $D\hat{F}A = G\hat{F}C = 42°$ ∵ มุมตรงข้าม

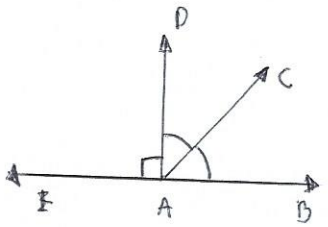
7) EG // DC ; $E\hat{G}F = G\hat{F}C$ ∵ มุมแย้ง

∴ $E\hat{G}F = G\hat{F}C = 42°$

∴ $E\hat{G}F = 42°$ Ans

6. ตอบ 2

สรุป เป็น ตรงข้ามมุม 90° และ 45° โดยใช้รูปเรียน



1) $D\hat{A}B = 90^\circ$ แบ่งครึ่งมุมได้ $D\hat{A}C = C\hat{A}B = 45^\circ$

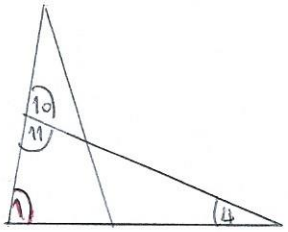
2) $E\hat{A}D = 90^\circ$

3) $C\hat{A}E = E\hat{A}D + D\hat{A}C$

$\therefore C\hat{A}E = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$

ดังนั้น $C\hat{A}E$ เป็นกี่เท่าของ $E\hat{A}B \rightarrow \frac{135^\circ}{180^\circ} = \frac{3}{4}$ เท่า Ans

7. ตอบ 4.



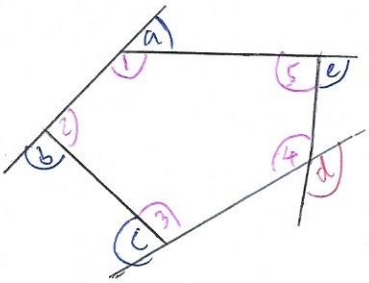
สรุป ที่ทราบมุมที่กำหนดให้ในข้อ 4 คือ $\hat{4}$, เอ๊, $\hat{11}$

จะไม่สามารถหาค่าของมุมอื่นๆ ที่เหลือได้ครบถ้วน

หาได้เพียง มุม 1 เมื่อ รวมใน Δ มีมุมหนึ่ง 180° ($\hat{1} = 180^\circ - \hat{11} - \hat{4}$)

$\therefore$ ตอบข้อ 4 $\hat{4}$, เอ๊, $\hat{11}$ Ans

8. ตอบ 1



▶ ผลบวกมุมภายใน n เหลี่ยม

$= 180^\circ(n-2) \rightarrow$ 5 เหลี่ยม $= 180^\circ(5-2)$

$\therefore$ มุมภายใน 5 เหลี่ยม $= 540^\circ$

▶ อัตราส่วน $a:b:c:d:e = 2:2:3:5:4$

กำหนดให้ x เป็นค่าคงที่ นำมาคูณอัตราส่วนได้

$a:b:c:d:e = 2x:2x:3x:5x:4x$

ดังนั้น $a = 2x$, $b = 2x$, $c = 3x$, $d = 5x$, $e = 4x$

มุม $\hat{1} = 180^\circ - \hat{a} = 180^\circ - 2x$

มุม $\hat{2} = 180^\circ - \hat{b} = 180^\circ - 2x$

มุม $\hat{3} = 180^\circ - \hat{c} = 180^\circ - 3x$

มุม $\hat{4} = $ มุม $\hat{d} = 5x$ เพราะ มุมตรงข้ามกันยาว

มุม $\hat{5} = 180^\circ - \hat{e} = 180^\circ - 4x$

▶ $(180^\circ - 2x) + (180^\circ - 2x) + (180^\circ - 3x) + 5x + (180^\circ - 4x) = 540^\circ$

$720^\circ - 6x = 540^\circ$

$6x = 720^\circ - 540^\circ$

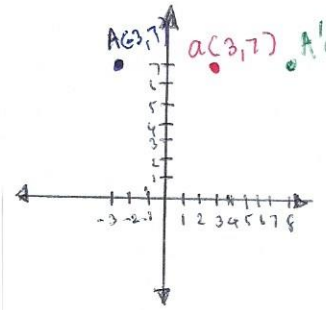
$6x = 180^\circ$

$x = 30^\circ$

$d = 5x = 5 \times 30^\circ$

$\therefore d = 150^\circ$ Ans

9. ตอบ 1.



จากโจทย์ หาพิกัดของ A' ดังนั้นจะสามารถแต่ละจุด A

$A(-3,7)$ เมื่อนำมาสะท้อนโดยมีแกน y เป็นเส้นสะท้อน จะได้

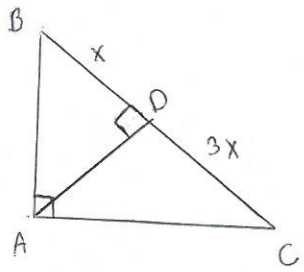
$A(-3,7) \rightarrow a(3,7)$ ห่างจากเส้นสะท้อน 3 หน่วย เหมือนเดิม

เมื่อเลื่อนขนาน $a(3,7)$ ไปทางขวา 5 หน่วย จะได้

$$a(3,7) + (5,0) = A'(8,7)$$

∴ พิกัดของจุด A' คือ $(8,7)$ Ans

10. ตอบ 1



จากรูป $\Delta BDA \sim \Delta ABC$

$$\frac{x}{AB} = \frac{AB}{BC} \rightarrow AB^2 = x(BC) \quad \text{— (1)}$$

จากรูป $\Delta DAC \sim \Delta ABC$

$$\frac{3x}{AC} = \frac{AC}{BC}$$

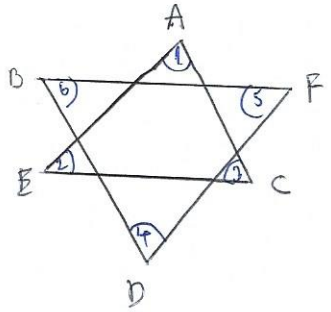
$$AC^2 = 3x(BC) \quad \text{— (2)}$$

(1)/(2) $$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{x(BC)}{3x(BC)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

∴ $AB : AC = \sqrt{3} : 3$ Ans

11. ตอบ 3



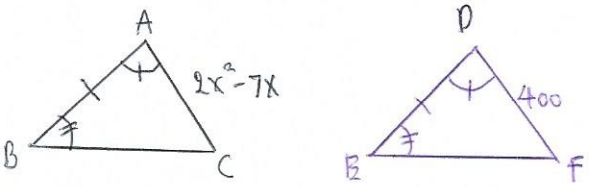
จากรูป $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$

$\hat{4} + \hat{5} + \hat{6} = 180^\circ$

$\therefore \hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

∴ $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = 360^\circ$ Ans

12 ตอบ 3



1. $B\hat{A}C = E\hat{D}F$ (มุมแนวไขว้)
2. $\overline{AB} = \overline{DE}$ (เส้นแนวไขว้)
3. $A\hat{B}C = D\hat{E}F$ (มุมแนวไขว้)
4. $\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ แบบ ม. ด. ม. (จาก ข้อ 1, 2, 3)
5. $\overline{AC} = \overline{DF}$ (จาก ข้อ 4)
6. $2x^2-7x = 400$

$2x^2-7x-400 = 0$

$(2x+25)(x-16) = 0$

ดังนั้น $2x+25 = 0$ หรือ $x-16 = 0$

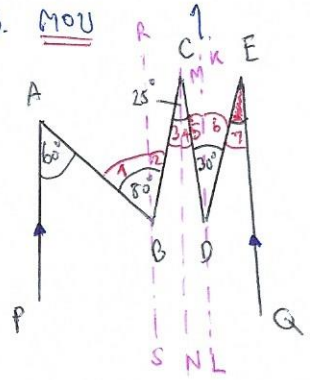
$2x = -25$ หรือ $x = 16$

$x = \frac{-25}{2}$ → ใช้ไม่ได้ ความยาวด้าน เป็นบวกเท่านั้น

เพราะโจทย์ ห้าม x ที่เป็นจำนวนเต็มบวก

$\therefore x = 16$ Ans

13. ตอบ

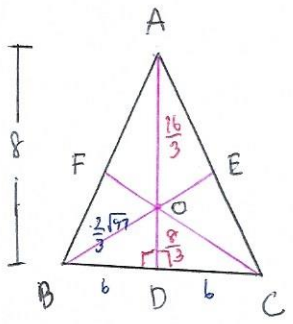


ลาก $\overline{RS}$, $\overline{MN}$, $\overline{KL}$ ขนานกับ $\overline{AP}$ และ $\overline{EQ}$

1. $\hat{1} = 60^\circ$ (มุมแย้ง)
2. $\hat{2} = 80-60^\circ = 20^\circ$
3. $\hat{2} = \hat{3} = 20^\circ$ (มุมแย้ง)
4. $\hat{4} = 25^\circ - 20^\circ = 5^\circ$
5. $\hat{4} = \hat{5} = 5^\circ$ (มุมแย้ง)
6. $\hat{6} = 30^\circ - 5^\circ = 25^\circ$
7. $\hat{7} = \hat{6} = 25^\circ$ (มุมแย้ง)

$\therefore \hat{E} = 25^\circ$ Ans

14. MOU 3



จากรูปจะได้ว่า

เมื่อลากเส้นมัธยฐาน เช่น 1. $A\hat{D}B = A\hat{D}C = 90^\circ$

2. $BD = CD$

3. $BE = CF$

4. เส้นมัธยฐานแต่ละเส้น มีอัตราส่วนความยาวเป็น 2:1 จะได้

- $AO = \frac{2}{3} \times 8 = \frac{16}{3}$
- $OD = \frac{1}{3} \times 8 = \frac{8}{3}$
- $OC : OF = 2:1$
- $OB : OE = 2:1$

จากโจทย์ $AD^2 + BE^2 + CF^2 = 258$; $(BE = CF)$

$8^2 + 2(BE)^2 = 258$

$2BE^2 = 194$

$BE^2 = 97$

$BE = \sqrt{97}$

$\therefore OB = \frac{2}{3} BE = \frac{2}{3}\sqrt{97}$

จาก $\triangle BOD$; ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$BD^2 = OB^2 + OD^2$

$BD^2 = (\frac{2}{3}\sqrt{97})^2 + (\frac{8}{3})^2$

$BD^2 = \frac{4}{9}(97) - \frac{64}{9}$

$BD^2 = 36$

$BD = 6$

$\therefore BD = DC = 6$

จาก $\triangle ABD$; ใช้ทฤษฎีพีทาโกรัส

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$AB^2 = 8^2 + 6^2$

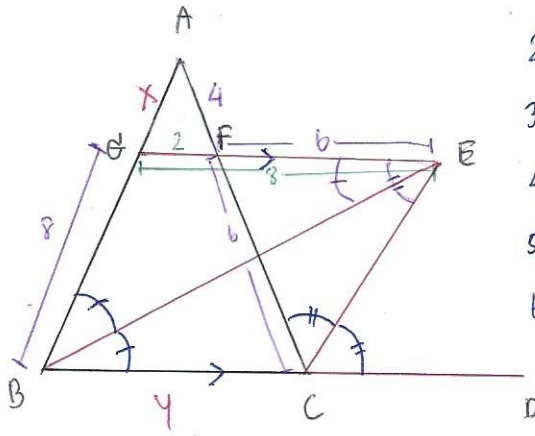
$AB^2 = 100$

$\therefore AB = 10$

$\therefore AB = AC = 10$, $BC = 12$

ดังนั้น ความยาวรอบรูป $\triangle ABC = 10 + 10 + 12 = 32$ หน่วย Ans

15. MOU 4.



1. $GE \parallel BD$ $D\hat{C}E = G\hat{E}C$ (มุมแย้ง)
2. ΔCFE เป็น Δ หน้าจั่ว (มุมที่ฐานเท่ากัน)
3. $\overline{CF} = \overline{FE} = 6$ (จากข้อ 2 Δ หน้าจั่ว)
4. $\overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 10 - 6 = 4$
5. $GE \parallel BD$ $G\hat{B}E = G\hat{E}B$ (มุมแย้ง)
6. ΔBGE เป็น Δ หน้าจั่ว (มุมที่ฐานเท่ากัน)
7. $\overline{BG} = \overline{GE} = 8$ (จากข้อ 6 Δ หน้าจั่ว)
8. $GF = GE - FE = 8 - 6 = 2$
9. $\Delta AGF \sim \Delta ABC \rightarrow \frac{AG}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{GF}{BC}$

$$\frac{AG}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

$$\frac{x}{x+8} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{x}{x+8} = \frac{2}{5}$$

$$5x = 2x + 16$$

$$x = \frac{16}{3}$$

$$\frac{BC}{GF} = \frac{AC}{AF}$$

$$\frac{y}{2} = \frac{10}{4}$$

$$y = \frac{10}{4} \times 2 = 5$$

$\therefore 3x + y = 3 \times \frac{16}{3} + 5 = 21$ Ans

การวัด พื้นที่ผิวและปริมาตร

1. ตอบ 2.

ข้อ 2 ผิด 2 ตารางเมตร เท่ากับ 1 ตารางวา → ผิด

ที่ถูกต้องคือ 4 ตารางเมตร เท่ากับ 1 ตารางวา

2 ตารางเมตร เท่ากับ $\frac{2 \times 1}{4} = 0.5$ ตารางวา

2. ตอบ 2

จาก 10,000 ตารางเซนติเมตร เท่ากับ 1 ตารางเมตร

32,000,000 ตารางเซนติเมตร เท่ากับ $\frac{32,000,000 \times 1}{10,000} = 3,200$ ตารางเมตร

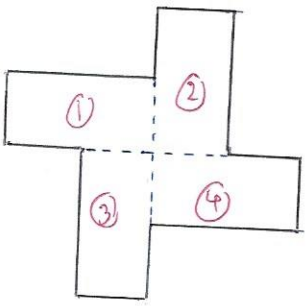
จาก 4 ตารางเมตร เท่ากับ 1 ตารางวา

3,200 ตารางเมตร เท่ากับ $\frac{3,200 \times 1}{4} = 800$ ตารางวา

จาก 400 ตารางวา เท่ากับ 1 ไร่

800 ตารางวา เท่ากับ $\frac{800 \times 1}{400} = 2$ ไร่ Ans

3. ตอบ 3



กำหนดให้ ความกว้าง เป็น x ซม.

ความยาว เป็น $2x$ ซม.

พื้นที่ □ สีหน้า = กว้าง × ยาว

$72 = x \cdot 2x$

$72 = 2x^2$

$x^2 = \frac{72}{2}$

$x^2 = 36$

$x = 6$

∴ กว้าง 6 ซม. ยาว 12 ซม.

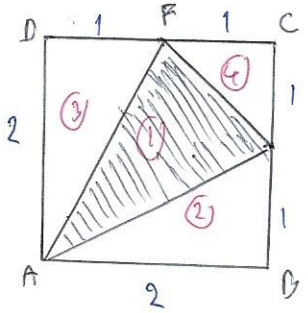
เส้นรอบรูปที่เป็นเส้นทึบ ของแต่ละรูป เป็นดังนี้

① เส้นรอบรูปทั้งหมด − เส้นประ 2 เส้น $= 2(6+12) - 6 - 6 = 24$ ซม.

②, ③, ④ มีเส้นรอบรูปที่เป็นเส้นทึบ เท่ากับ ① ∴ $24 \times 4 = 96$ ซม.

∴ เส้นรอบรูป (เส้นทึบ) = 96 ซม. Ans

4. MOU 2



พื้นที่ □ จัตุรัส ABCD = 2×2 = 4 ตร. หน่วย

พื้นที่ ② = $\frac{1}{2}$ × 2 × 1 = 1 ตร. หน่วย

พื้นที่ ③ = $\frac{1}{2}$ × 2 × 1 = 1 ตร. หน่วย

พื้นที่ ④ = $\frac{1}{2}$ × 1 × 1 = 0.5 ตร. หน่วย

พื้นที่ส่วนที่แรเงา ① = พื้นที่ □ ABCD − ② − ③ − ④

= 4 − 1 − 1 − 0.5

∴ พื้นที่ส่วนที่แรเงา = 1.50 ตร. หน่วย Ans

5. MOU 3.

$\pi r^2 H - \pi r^2 h$

$= \pi r^2 (H-h)$

$= \frac{22}{7} \times 7^2 (15-3)$

$= 22 \times 7 \times 12$

$= 1,848$ ลูกบาศก์นิ้ว Ans

H = น้ำในถังสูง 15 นิ้ว

h = น้ำในถังสูง 3 นิ้ว

6 MOU 2

ให้ ความหนาของรางดิน เป็น h เมตร

ปริมาตรของรางดิน = พื้นที่หน้าตัด × สูง

$240,000 = (\frac{1}{2} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน} \times \text{สูง}) \times \text{สูง}$

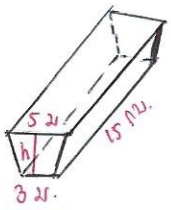
$240,000 = [\frac{1}{2} \times (3+5) \times h] \times (15 \times 10,000)$ ← ทำเป็นเมตร

$240,000 = 4h \times 15,000$

$\therefore h = \frac{240,000}{4 \times 15,000}$

$= 4$ เมตร

∴ รางดินมีความหนา 4 เมตร Ans

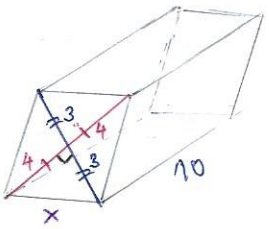


7. ตอบ 4.

พื้นที่หน้าตัด = พื้นที่ □ ขนมเปียกปูน

$= \frac{1}{2} \times$ ผลคูณเส้นทแยงมุม

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$ ตร.ซม.



หาความยาวด้าน ของ □ ขนมเปียกปูน โดย ทฤษฎีบท ฟิทาโกรัส

$(\text{ความยาวด้าน})^2 = 4^2 + 3^2$

$x^2 = 25$

$x = 5$

พื้นที่ผิวทั้งหมด = 2(พื้นที่หน้าตัด) + พื้นผิวข้าง

$= 2(24) +$ (ความยาวรอบฐาน $\times$ สูง)

$= 48 + [(5 \times 4) \times 10]$

$= 48 + 200$

∴ พื้นที่ผิวทั้งหมด = 248 ตร.ซม. Ans

8. ตอบ 4.

รัศมี ของสนาม $= \frac{210}{2} = 105$ เมตร

รัศมี ของพื้นที่ทั้งหมด $= 105 + 3 = 108$ เมตร

พื้นที่ของลู่รอบสนาม = พื้นที่ทั้งหมด − พื้นที่สนาม

$= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi (108)^2 - \pi (105)^2$

$= \frac{22}{7} \times 639$

$= 2,008.29$ ตร.เมตร

ปริมาตร ของลู่รอบสนาม $= 2,008.29 \times 2.80 = 5,623.212$ ลบ.ม.

จะต้องเสียค่าจ้างในการขุดลู่ $= 5,623.212 \times 14$

$= 78,724.968$

$\approx 78,725$ บาท

∴ จะต้องเสียค่าจ้างในการขุดลู่ 78,725 บาท Ans

9. ตอบ 2.

หาพื้นที่ของรูป Δ

พื้นที่ของรูป $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ เมื่อ $s = \frac{a+b+c}{2}$

จาก $s = \frac{25+29+36}{2}$

$s = 45$

พื้นที่ฐาน $= \sqrt{45(45-25)(45-29)(45-36)}$

$= \sqrt{45(20)(16)(9)}$

$= 360$ ตร.ซม.

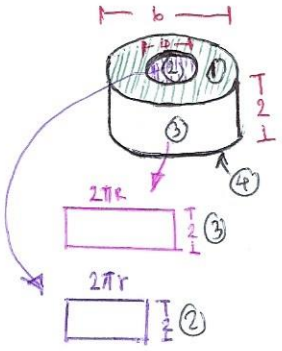
ปริมาตรของพีระมิด $= \frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน $\times$ สูงตรง

$720 = \frac{1}{3} \times \overset{120}{\cancel{360}} \times$ สูง

สูง $= \frac{720}{120} = 6$

$\therefore$ พีระมิดนี้จะสูง 6 ซม. Ans

10. ตอบ 1



① , ④ พื้นที่หน้าบนและล่าง

① $= \pi R^2 - \pi r^2$

$= \pi(R^2 - r^2)$

$= 3.14(3^2 - 2^2)$

$= 3.14(5)$

$\therefore$ ① $= 15.7$

$\therefore$ ④ $= 15.7$

② $= \pi \times$ ย

$= 2 \times 2\pi(2)$

$= 8 \times 3.14$

$\therefore$ ② $= 25.12$

③ $= \pi \times$ ย

$= 2 \times 2\pi(3)$

$= 12\pi$

$\therefore$ ③ $= 12 \times 3.14 = 37.68$

$\therefore$ พื้นที่ผิวทั้งหมด $=$ ① + ② + ③ + ④

$= 15.7 + 25.12 + 37.68 + 15.7$

$= 94.2$ ตร.ซม. Ans

11 ตอบ 3.

1 ไร่ เท่ากับ 4 งาน

กับอีก 4 งาน รวมเป็น 8 งาน

1 งาน เท่ากับ 100 ตารางวา

8 งาน เท่ากับ 800 ตารางวา

กับอีก 3 ตารางวา รวมเป็น 803 ตารางวา

1 ตารางวา เท่ากับ 4 ตารางเมตร

803 ตารางวา เท่ากับ 3,212 ตารางเมตร

∴ 1 ไร่ 4 งาน 3 ตารางวา เท่ากับ 3,212 ตารางเมตร

1 เฮกเตอร์ เท่ากับ 4,046.856 ตารางเมตร

2 เฮกเตอร์ เท่ากับ 8,093.712 ตารางเมตร

1 ไร่ เท่ากับ 4 ตารางเมตร

กับอีก 1 งาน รวมเป็น 5 งาน

1 งาน เท่ากับ 100 ตารางวา

5 งาน เท่ากับ 500 ตารางวา

กับอีก 6 ตารางวา รวมเป็น 506 ตารางวา

1 ตารางวา เท่ากับ 4 ตารางเมตร

506 ตารางวา เท่ากับ 2,024 ตารางเมตร

กับอีก 8,093.712 ตารางเมตร รวมเป็น 10,117.712 ตารางเมตร

∴ 2 เฮกเตอร์ 1 ไร่ 1 งาน 6 ตารางวา เท่ากับ 10,117.712 ตารางเมตร

∴ พื้นที่ทั้งหมด 3,212 + 10,117.712 = 13,329.712

≈ 13,330 ตร.ม. Ans

12. ตอบ 3

รูป □ ดังกล่าว มีความสูง 10 ซม.

ความสูงเพิ่มขึ้น 20 %.

$\therefore$ ความสูงใหม่ $= \frac{120}{100} \times 10 = 12$ ซม.

ด้านคู่ขนานลดลง 10 %.

$\therefore$ ด้านคู่ขนานด้านหนึ่ง $= \frac{90}{100} \times 12 = 10.8$ ซม.

$\therefore$ ด้านคู่ขนานอีกด้าน $= \frac{90}{100} \times 20 = 18$ ซม.

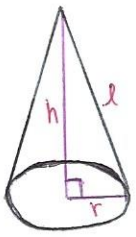
ดังนั้น พื้นที่ของรูป □ ดังกล่าวรูปใหม่

$= \frac{1}{2} \times$ ผลบวกด้านคู่ขนาน $\times$ สูง

$= \frac{1}{2} \times (10.8 + 18) \times 12 = \frac{1}{2} \times 28.8 \times 12$

$= 172.8$ ตร.ซม. Ans

13. ตอบ 1.



จากรูป l = สูงเอียงกรวย, h = ความสูงของกรวย, r = รัศมีกรวย

จาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$$l^2 = r^2 + h^2 \quad \text{①}$$

โจทย์กำหนดให้ พื้นที่ผิวข้างของกรวย เป็น 3 เท่า ของ พื้นที่หน้าตัด จะได้

$$\pi r l = 3\pi r^2$$

$$l = 3r$$

แทน $l = 3r$ ใน ①

$$(3r)^2 = r^2 + h^2$$

$$9r^2 = r^2 + h^2$$

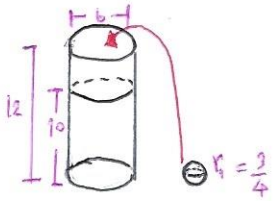
$$h^2 = 8r^2$$

$$h = 2\sqrt{2}r$$

$$\frac{h}{r} = 2\sqrt{2}$$

$\therefore$ ความสูงของกรวย จะเป็น $2\sqrt{2}$ เท่า ของ รัศมีหน้าตัด Ans

14. ตอบ 3



ปริมาตร ของทรงกระบอก = ปริมาตรของน้ำ + ปริมาตรทรงกลม n ลูก

$$\pi R^2 H = \pi R^2 h + \frac{4}{3}\pi r_1^3 \times n$$

หารด้วย π ตลอดสมการ

$$R^2 H = R^2 h + \frac{4}{3} r_1^3 \times n$$

$$3^2 \times 12 = 3^2 \times 10 + \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times n$$

$$108 = 90 + \frac{9}{16} \times n$$

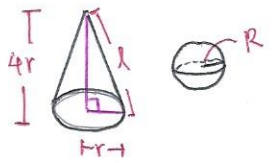
$$\frac{9}{16} n = 108 - 90$$

$$n = 18 \times \frac{16}{9}$$

$$n = 32$$

∴ จะต้องใส่ทรงกลมลงไป 32 ลูก Ans

15. ตอบ 3



ปริมาตร กรวย = ปริมาตร ทรงกลม

$$\frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\frac{1}{3}\pi r^2 (4r) = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$r^3 = R^3$$

$$r = R$$

พื้นที่น้ำทรงกลม − พื้นที่ปากกรวย = 12

$$4\pi R^2 - \pi r^2 = 12$$

$r = R$;

$$4\pi r^2 - \pi r^2 = 12$$

$$3\pi r^2 = 12$$

$$r^2 = \frac{4}{\pi}$$

$$r = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$$

หา l จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$l^2 = (4r)^2 + r^2$$

$$l^2 = 16r^2 + r^2$$

$$l^2 = 17r^2$$

$$l = \sqrt{17}\, r$$

พื้นที่ผิวข้างกรวย $= \pi r l$

$$= \pi r (\sqrt{17}\, r)$$

$$= \pi \times \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\sqrt{17} \times \frac{2}{\sqrt{\pi}}\right)$$

∴ พื้นที่ผิวข้างกรวย = $4\sqrt{17}$ ตร.หน่วย Ans

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

1. ตอบ 1

ข้อ 1 ถูก $10 : 24 : 26$ เมื่อนำ 2 หารตลอดจะได้ $5 : 12 : 13$ → เป็นอัตราส่วนของ Δ มุมฉาก Ans

ข้อ 2 ผิด ที่ถูกต้องควรเป็น $7 : 24 : 25$

ข้อ 3 ผิด ที่ถูกต้องควรเป็น $9 : 40 : 41$

ข้อ 4 ผิด ที่ถูกต้องควรเป็น $12 : 35 : 37$

2. ตอบ 1.

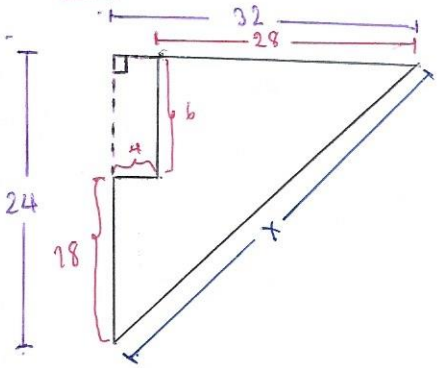
ข้อ 1 $PA^2 + PC^2 = (PS^2 + AS^2) + (PR^2 + RC^2)$

$= (PS^2 + RC^2) + (AS^2 + PR^2)$

$= (PS^2 + SB^2) + (DR^2 + PR^2)$; $RC = SB$, $AS = DR$

$\therefore PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ Ans

3. ตอบ 4



กำหนดให้ระยะทางจากจุดเริ่มต้นถึงปลายทางเป็น x กม.

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้

$x^2 = 32^2 + 24^2$

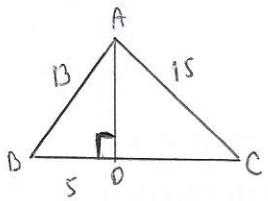
$x^2 = 1024 + 576$

$x^2 = 1,600$

$x = 40$

$\therefore$ บาสี่อยู่ห่างจากจุดตั้งต้น 40 กม. Ans

4. ตอบ 2.



ΔABD ถ้าจับเลขชุดพีทาโกรัสได้จะได้ว่า 5, 12, 13

$\therefore AD = 12$ [หรือ ใช้ทฤษฎีบทว่า $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 13^2 - 5^2$, $\therefore AD = 12$]

ΔACD ; $AD = 12$, $AC = 15$

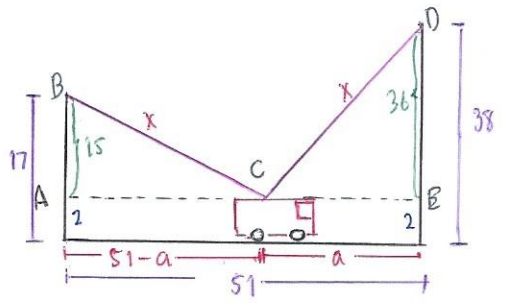
$DC^2 = 15^2 - 12^2$

$DC^2 = 81$

$\therefore DC = 9$ หน่วย Ans

[ใช้เลขชุดพีทาโกรัส 3, 4, 5 $DC : 12 : 15$ หาร 3 → $\frac{DC}{3} : 4 : 5$ ตรงกับ 3, 4, 5 $\frac{DC}{3} = 3 \rightarrow DC = 9$]

5. ตอบ 4.



กำหนดให้ ความยาวของบันได เป็น x เมตร

ΔABC ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$x^2 = 15^2 + (51-a)^2$

$x^2 = 225 + 2,601 - 102a + a^2$

$x^2 = 2,826 - 102a + a^2$ —①

ΔCDE ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$CD^2 = DE^2 + CE^2$

$x^2 = 36^2 + a^2$

$x^2 = 1,296 + a^2$ —②

นำ ① = ② เพราะ บันไดยาวเท่ากัน

$2,826 - 102a + a^2 = 1,296 + a^2$

$2,826 - 102a = 1,296$

$102a = 2,826 - 1,296$

$102a = 1,530$

$a = 15$

นำ $a = 15$ แทนใน ②

$x^2 = 1,296 + 15^2$

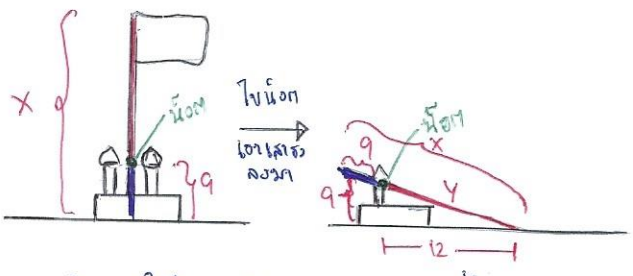
$x^2 = 1,296 + 225$

$x^2 = 1,521$

$\therefore x = 39$

$\therefore$ บันไดยาว 39 เมตร Ans

6. ตอบ 4



กำหนดให้ x เป็น ความยาวเสาธงทั้งหมด

y เป็น ความยาวเสาธงที่อยู่เหนือน้ำ

ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$y^2 = 9^2 + 12^2$

$y^2 = 81 + 144$

$y^2 = 225$

$y = 15$

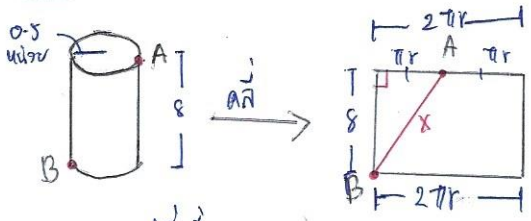
$x = 9 + y$

$x = 9 + 15$

$x = 24$

$\therefore$ ยอดเสาธงห่างจากพื้นน้ำ 24 ฟุต Ans

7. ตอบ 1

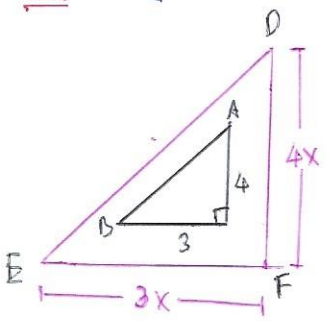


จุด A อยู่ที่ครึ่งรอบ ของ เส้นรอบ ของ หน้าตัด
ดังนั้น เมื่อคลี่ออกมา A จะอยู่ ตรงกลาง พอดี

กำหนดให้ x เป็นระยะทางที่สั้นที่สุด
จาก ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$x^2 = 8^2 + (\pi r)^2$$
$$x^2 = 64 + (\pi(0.5))^2$$
$$x^2 = 64 + (\frac{\pi}{2})^2$$
$$x^2 = 64 + \frac{\pi^2}{4}$$
$$\therefore x = \sqrt{64 + \frac{\pi^2}{4}} \text{ หน่วย}$$ Ans

8. ตอบ 2



พื้นที่รูป $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง
$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$
$= 6$ ตร. หน่วย

ให้ขยายรูป Δ เดิมขึ้นมาเป็นละ x เท่า

$EF = 3x, DF = 4x$ หน่วย

พื้นที่รูป $\Delta DEF = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

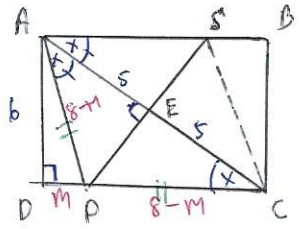
$$18 = \frac{1}{2} \times 3x \times 4x$$
$$18 = 6x^2$$
$$x^2 = \frac{18}{6} = 3$$
$$x = \sqrt{3} \text{ หน่วย}$$

ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส กับ ΔDEF

$$DE^2 = EF^2 + DF^2$$
$$DE^2 = (3x)^2 + (4x)^2$$
$$DE^2 = 25x^2$$
$$DE = 5x$$
$$\therefore DE = 5x = 5(\sqrt{3})$$

$\therefore$ ด้านตรงข้ามมุมฉาก ของ Δ ใหม่ $= 5\sqrt{3}$ หน่วย Ans

9. มอ 2



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส หาความยาวของ CD ได้ = 8 หน่วย

ให้ DP = M หน่วย

PC = 8 - M หน่วย

มุม x เท่ากัน ∴ $\triangle APC$ เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

AP = PC = 8 - M หน่วย

ลากเส้น SC จะได้ $\square$ ขนมเปียกปูน = $\square ASCP$

โดยที่ เส้นทแยงมุมตั้งฉากกัน แล้วมีขนาดเท่ากัน จะได้

PE = ES

→ $\triangle ADP$;

$$6^2 + M^2 = (8-M)^2$$

$$36 + M^2 = 64 - 16M + M^2$$

$$16M = 28$$

$$M = \frac{28}{16} = \frac{7}{4} \text{ หน่วย}$$

$$PC = 8 - M = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4} \text{ หน่วย}$$

→ $\triangle PEC$;

$$PE^2 = PC^2 - CE^2$$

$$= \left(\frac{25}{4}\right)^2 - 5^2$$

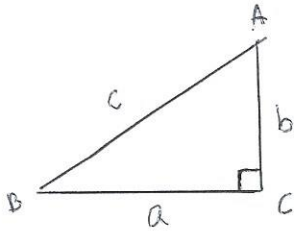
$$= \frac{625}{16} - 25 = \frac{625-400}{16}$$

$$PE^2 = \frac{225}{16}$$

$$PE = \frac{15}{4} \text{ หน่วย}$$

∴ $PS = PE + ES = \frac{15}{4} + \frac{15}{4} = \frac{30}{4} = 7.5$ หน่วย Ans

10. <u>ตอบ</u> 2



ΔABC ; ใช้ทฤษฎีพีทาโกรัส

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore \quad c^6 - a^6 - b^6 = (c^2)^3 - a^6 - b^6$$

$$= (a^2+b^2)^3 - a^6 - b^6$$

$$= (a^2)^3 + 3(a^2)^2 b^2 + 3(a^2)(b^2)^2 + (b^2)^3 - a^6 - b^6$$

$$= a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6 - a^6 - b^6$$

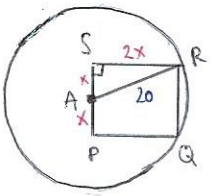
$$= 3a^4b^2 + 3a^2b^4$$

$$= 3a^2b^2(a^2+b^2)$$

$$= 3a^2b^2c^2$$

$$\therefore \quad c^6 - a^6 - b^6 = 3(abc)^2$$ <u>Ans</u>

11. <u>ตอบ</u> 2



จากรูป AR เป็นรัศมีของรูปวงกลม ยาว 20 ซม.

$AS = AP = x$ ซม.

$SR = 2x$ ซม.

ในรูป Δ มุมฉาก ASR ; ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$AR^2 = AS^2 + SR^2$$

$$20^2 = x^2 + (2x)^2$$

$$400 = x^2 + 4x^2$$

$$5x^2 = 400$$

$$x^2 = 80$$

$$x = 4\sqrt{5}$$

$$2x = 8\sqrt{5}$$

$\therefore$ พื้นที่ $\square$ PQRS = ด้าน $\times$ ด้าน

$$= 8\sqrt{5} \times 8\sqrt{5}$$

$$= 320 \text{ ตร.ซม.}$$ <u>Ans</u>

12. ตอบ 2

กล่องลูกบาศก์ มีพื้นที่ ผิวทั้งหมด 216 ตร.นิ้ว

กล่องลูกบาศก์ มี 6 หน้า แต่ละหน้ามี พื้นที่ $\frac{216}{6} = 36$ ตร.นิ้ว

ให้ ความยาวแต่ละด้าน เป็น x นิ้ว

$$x^2 = 36$$

$$x^2 = 6^2$$

$$x = 6 \text{ นิ้ว}$$

$\therefore$ กล่องลูกบาศก์ นี้มี ขนาด กว้าง $\times$ ยาว $\times$ สูง $= 6 \times 6 \times 6$

ดังนั้น เส้นทแยงมุม ของกล่องรูปลูกบาศก์ $= \sqrt{\text{กว้าง}^2 + \text{ยาว}^2 + \text{สูง}^2}$

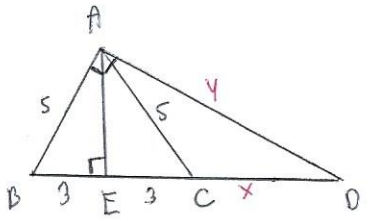
$$= \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{36 + 36 + 36}$$

$$= \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3}$$

$$= 6\sqrt{3} \text{ นิ้ว}$$ Ans

13. ตอบ 2



ให้ $\overline{CD} = x$ หน่วย $\overline{AD} = y$ หน่วย

ลาก $\overline{AE}$ ตั้งฉาก $\overline{BC}$ ที่จุด E

$\overline{BE} = \overline{EC} = 3$ หน่วย

ΔABE ; $AB^2 = BE^2 + AE^2$

$5^2 = 3^2 + AE^2$

$AE^2 = 5^2 - 3^2$

$AE^2 = 25 - 9 = 16$

$AE = 4$ หน่วย

ΔABD ; $AD^2 = AE^2 + ED^2$

$y^2 = 4^2 + (x+3)^2$ —①

ΔABD ; $BD^2 = AB^2 + AD^2$

$(x+6)^2 = 5^2 + y^2$

$y^2 = (x+6)^2 - 5^2$ —②

① = ② $4^2 + (x+3)^2 = (x+6)^2 - 5^2$

$16 + x^2 + 6x + 9 = x^2 + 12x + 36 - 25$

$x^2 + 6x + 25 = x^2 + 12x + 11$

$12x - 6x = 25 - 11$

$6x = 14$

$x = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$ Ans

$\therefore \overline{CD}$ ยาวเท่ากับ $\frac{7}{3}$ หน่วย

14. ตอบ 3

ปริมาตร กล่องรูปสี่เหลี่ยม = กว้าง × ยาว × สูง

$3000 = 15 \times \text{ยาว} \times 10$

$\text{ยาว} = \frac{3000}{15 \times 10} = 20$ นิ้ว

จากสูตร ความยาวเส้นทแยงมุม $AB = \sqrt{\text{กว้าง}^2 + \text{ยาว}^2 + \text{สูง}^2}$

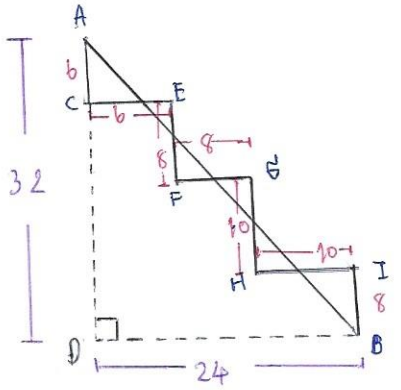
$= \sqrt{15^2 + 20^2 + 10^2}$

$= \sqrt{225 + 400 + 100}$

$= \sqrt{725}$

$= 26.926$ นิ้ว Ans

15. ตอบ 1



ABD เป็น Δ มุมฉาก

โดย $AD = 6 + 8 + 10 + 8 = 32$ หน่วย

$BD = 6 + 8 + 10 = 24$ หน่วย

$AB^2 = BD^2 + AD^2$

$= 24^2 + 32^2$

$= 576 + 1,024$

$AB^2 = 1,600$

$\therefore AB = 40$ หน่วย Ans

การแปรผัน

1. ตอบ 3

ข้อ 3 ถูกต้อง y แปรผกผัน กับ x โดยค่าคงที่ ของการแปรผัน คือ 10

$$y \propto \frac{1}{x} \rightarrow y = \frac{k}{x}$$

$$\therefore k = xy = 10$$

2. ตอบ 2

$$x+1 \propto (2y-1) \rightarrow x+1 = k(2y-1)$$

▶ เมื่อ $x=-3, y=3$ $\quad -3+1 = k(2(3)-1)$

$$-2 = 5k$$

$$k = \frac{-2}{5}$$

จะได้ สมการแปรผัน คือ $x+1 = -\frac{2}{5}(2y-1)$

▶ เมื่อ $y=8$ จะได้

$$x+1 = -\frac{2}{5}(2\times(8)-1)$$

$$x+1 = -\frac{2}{5}(15)$$

$$x = -6-1$$

$$\therefore x = -7 \quad \text{Ans}$$

3. ตอบ 4

x	5	8	15	20
y	7.2	4.5	2.4	1.8
k=xy	36	36	36	36

จากตาราง ค่าของ x เพิ่มขึ้น แต่ y ลดลง ซึ่งอยู่ในลักษณะการแปรผกผัน ดังนี้

$$y \propto \frac{1}{x} \rightarrow y = \frac{k}{x}$$

$$k = xy$$

เมื่อ นำ ทุก x และทุก y มาแทนค่าใน $k=xy$ พบว่า ได้ค่า $k=36$ เท่ากันหมดทุกคู่ แสดงว่า k เป็นค่าคงตัว

$\therefore$ x และ y เกี่ยวข้องกันแบบ y แปรผันแบบผกผันกับ x Ans

4. ตอบ 3

ข้อ 1 ผิด เพราะ $a \times b = 200$ ∴ เมื่อ a มีค่ามาก b จะมีค่าน้อย และ a มีค่าน้อย b จะมีค่ามาก เป็นลักษณะการแปรผันแบบผกผัน

ข้อ 2 ผิด เพราะ ความเร็วของจักรยานยิ่งมาก จำนวนรอบล้อต่อนาที จะมากตามไปด้วย และความเร็วของจักรยานยิ่งน้อย จำนวนรอบล้อต่อนาที จะน้อยตามไปด้วย ซึ่งเป็นลักษณะของการแปรผันตรง

ข้อ 3 ถูก เพราะ $IR = 200$ ถ้า I มีค่ามาก R จะมีค่าน้อย และถ้า I มีค่าน้อย R จะมีค่ามาก ซึ่งเป็นลักษณะของการแปรผันแบบผกผัน

ข้อ 4 ผิด เพราะ ถ้าใช้น้ำยาเพิ่ม จะต้องผสมน้ำเพิ่ม และถ้าใช้น้ำยาน้อย จะต้องผสมน้ำน้อย ซึ่งเป็นลักษณะของการแปรผันตรง

∴ ตอบ ข้อ 3 ถูก

5. ตอบ 2

$X \propto \frac{YZ}{\sqrt{P}}$ จะได้ $X = \frac{kYZ}{\sqrt{P}}$

เมื่อ $X = 100, Y = 25, Z = 2, P = 1$ จะได้ $100 = \frac{k \times 25 \times 2}{\sqrt{1}}$

$k = \frac{100 \times \sqrt{1}}{25 \times 2}$

$k = 2$

จะได้สมการแปรผัน คือ $X = \frac{2YZ}{\sqrt{P}}$

เมื่อ $X = 60, Z = 5$ และ $P = 4$ จะได้

$60 = \frac{2 \times Y \times 5}{\sqrt{4}}$

$Y = \frac{60 \times 2}{2 \times 5}$

∴ $Y = 12$ Ans

6. ตอบ 4.

$y \propto x^3 \rightarrow y = kx^3$ —①

ให้ $x' = 2x$ จะได้

$y' = k(x')^3$

$y' = k(2x)^3$

$y' = k8x^3$

$y' = 8kx^3$ —②

② / ① $\quad \frac{y'}{y} = \frac{8kx^3}{kx^3}$

$\frac{y'}{y} = 8$

∴ y เพิ่มขึ้นจากเดิม 8 เท่า Ans

7. ตอบ 1

$p \propto \frac{s^2}{\sqrt{qr}} \rightarrow p = \frac{ks^2}{\sqrt{qr}}$

$k = \frac{p\sqrt{qr}}{s^2}$ —①

q มีค่าลดลง 80% แสดงว่า q' เหลือ 20% → $q' = 0.2q$

r มีค่าลดลง 20% แสดงว่า r' เหลือ 80% → $r' = 0.8r$

p มีค่าลดลง 60% แสดงว่า p' เหลือ 40% → $p' = 0.4p$

จะได้ $k' = \frac{p'\sqrt{q'r'}}{(s')^2}$

$k' = \frac{0.4p\sqrt{(0.2q)(0.8r)}}{(s')^2}$ —②

① = ② เนื่องจาก $k = k'$ ดังนั้น k คงที่เสมอ

$\frac{p\sqrt{qr}}{s^2} = \frac{0.4p\sqrt{(0.2q)(0.8r)}}{(s')^2}$

$\frac{1}{s^2} = \frac{0.4\sqrt{0.16}}{(s')^2}$

$\frac{(s')^2}{s^2} = (0.4)(0.4)$

$\frac{(s')^2}{s^2} = 0.4^2$

$\frac{s'}{s^2} = 0.4$

แสดงว่า $s' = 0.4s$

s' เป็น 40% ของ s

จะได้ s' ลดลง 60%

∴ ดัง s' ลดลง 60% Ans

8. ตอบ 1

ให้ y เป็น ปริมาณกระแสไฟฟ้า (A)

x เป็น ความต้านทานของเส้นลวด (Ω)

$y \propto \frac{1}{x} \rightarrow y = \frac{k}{x}$

เมื่อ $x = 2.2$, $y = 2.5$ จะได้

$2.5 = \frac{k}{2.2}$

$k = 5.5$

จะได้สมการแปรผัน คือ $y = \frac{5.5}{x}$

เมื่อ $x = 4.8$ จะได้

$y = \frac{5.5}{4.8}$

$y = 1.15$

∴ จะมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน 1.15 แอมแปร์ Ans

9. ตอบ 3

ให้ p เป็น ค่าใช้จ่ายในการเดินทาง (บาท)

v เป็น อัตราเร็ว (กม./ชม.)

$p \propto \frac{1}{v} \rightarrow p = \frac{k}{v}$

เมื่อ $p = 640$, $v = 100$

$640 = \frac{k}{100}$

$k = 64000$

จะได้ สมการแปรผัน คือ $p = \frac{64,000}{v}$

เมื่อ $v = 80$

จะได้ $p = \frac{64,000}{80}$

$p = 800$

∴ จะมีค่าใช้จ่าย 800 บาท Ans

10. ตอบ 2

ให้ p เป็น รายจ่ายค่าน้ำประปา, v เป็น รายจ่ายแปรผัน

s เป็น รายจ่ายคงที่, n เป็น จำนวนผู้พักอาศัย

เขียนสมการแปรผันได้ $p = s + v$ โดยที่ $v \propto n$

$p = s + kn$

เมื่อ $p = 57$, $n = 1$ จะได้ $57 = s + k$ —①

เมื่อ $p = 121$, $n = 3$ จะได้ $121 = s + 3k$ —②

(ต่อ)

12 (ต่อ)

② − ① $121 - 57 = (S + 3k) - (S + k)$

$64 = 2k$

$k = \frac{64}{2} = 32$

แทน $k = 32$ ในสมการ ①

$57 = S + 32$

$S = 25$

จะได้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ $P = 25 + 32n$

เมื่อ $n = 5$ จะได้

$P = 25 + 32(5)$

$P = 25 + 160$

$P = 185$

∴ มีผู้พักอาศัย 5 คน จะเสียค่าน้ำประปา 185 บาท Ans

11. ตอบ 1.

ให้ P = ค่าใช้จ่ายในการพิมพ์หนังสือ

a = ค่าใช้จ่ายส่วนที่เป็นสิทธิ์จ่ายให้ผู้เขียน

b = ค่าใช้จ่ายที่เป็นค่ากระดาษและค่าพิมพ์

N = จำนวนเล่มที่พิมพ์

เขียนสมการได้เป็น $P = a + b$ โดย $b \propto N$

จะได้ $P = a + kN$

▶ เมื่อพิมพ์ 3,000 เล่ม จะขายได้เงิน $3,000 \times 60 = 180,000$ บาท

ซึ่งได้กำไร 20% หมายความว่า

ขายหนังสือ 120 บาท ราคาต้นทุน 100 บาท

ขายหนังสือ 180,000 บาท ราคาต้นทุน $\frac{100 \times 180,000}{120} = 150,000$ บาท

$P = 150,000$, $N = 3,000$ จะได้ $150,000 = a + 3,000k$ —①

▶ เมื่อพิมพ์ 4,000 เล่ม จะขายได้เงิน $4,000 \times 60 = 240,000$

ซึ่งได้กำไร 25% หมายความว่า

ขายหนังสือ 125 บาท ราคาต้นทุน 100 บาท

ขายหนังสือ 240,000 บาท ราคาต้นทุน $\frac{240,000 \times 100}{125} = 192,000$ บาท

$P = 192,000$, $N = 4,000$ จะได้ $192,000 = a + 4,000k$ —②

② − ① $42,000 = 1,000k$

$k = 42$

แทน $k = 42$ ใน ①

$150,000 = a + 3,000(42)$

$150,000 = a + 126,000$

$a = 150,000 - 126,000$

$a = 24,000$

∴ ค่าลิขสิทธิ์ของผู้เขียนเท่ากับ 24,000 บาท Ans

12. ตอบ 1

ส่วนหนึ่งของ y แปรผันตรงกับ x^3 จะได้ $y \propto x^3 \rightarrow y = kx^3$

อีกส่วนหนึ่งของ y แปรผกผันกับ x^2 จะได้ $y \propto \frac{1}{x^2} \rightarrow y = \frac{m}{x^2}$

ฟังก์ชันของ y ผลรวมกันได้ $y = kx^3 + \frac{m}{x^2}$

เมื่อ $x=1, y=9$ จะได้ $9 = k(1)^3 + \frac{m}{1^2}$

$$9 = k + m \quad \text{---①}$$

เมื่อ $x=-1, y=1$ จะได้ $1 = k(-1)^3 + \frac{m}{(-1)^2}$

$$1 = -k + m \quad \text{---②}$$

① + ② $10 = 2m$

$m = 5$

ฟังก์ชัน $m=5$ แทนค่าใน ①

$9 = k + 5$

$k = 9-5$

$k = 4$

จะได้สมการแปรผัน $y = 4x^3 + \frac{5}{x^2}$

เมื่อ $x = 2$

$y = 4(2)^3 + \frac{5}{2^2}$

$y = 4(8) + \frac{5}{4}$

$y = 32 + 1.25$

$\therefore y = 33.25$ Ans

13 ตอบ 4.

$A \propto \frac{x^2}{\sqrt{y}} \rightarrow A = \frac{kx^2}{\sqrt{y}}$ ---①

ถ้า $x' = 2x$, $y' = 2y$

จะได้ $A' = \frac{k(x')^2}{\sqrt{y'}}$

$A' = \frac{k(2x)^2}{\sqrt{2y}}$

$A' = \frac{4kx^2}{\sqrt{2y}}$ ---②

② / ① $\frac{A'}{A} = \frac{\frac{4kx^2}{\sqrt{2y}}}{\frac{kx^2}{\sqrt{y}}}$

$= \frac{4kx^2}{\sqrt{2y}} \times \frac{\sqrt{y}}{kx^2}$

$= \frac{4}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{y}} \times \sqrt{y}$

$= \frac{4}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{4\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \frac{A'}{A} = 2\sqrt{2}$

$\therefore$ A มีค่าเป็น $2\sqrt{2}$ เท่าของค่าเดิม Ans

14. ตอบ 3

ให้ T แทน ระยะเวลาการแกว่ง ของลูกตุ้มนาฬิกา 1 ครั้ง ต่อ วินาที

l แทน ความยาว ของลูกตุ้มนาฬิกา (ซม.)

$$T \propto \sqrt{l} \quad \rightarrow \quad T = k\sqrt{l}$$

▷ ถ้า $l = 64$ ซม. แกว่ง 10 ครั้ง ใน 16 วินาที

ลูกตุ้มนาฬิกา แกว่ง 10 ครั้ง ใช้เวลา 16 วินาที

ลูกตุ้มนาฬิกา แกว่ง 1 ครั้ง ใช้เวลา $\frac{16}{10} = \frac{8}{5}$ วินาที

เมื่อ $l = 64$, $T = \frac{8}{5}$ จะได้ $\frac{8}{5} = k\sqrt{64}$

$$\frac{8}{5} = 8k$$

$$k = \frac{8}{5} \times \frac{1}{8}$$

$$k = \frac{1}{5}$$

จะได้ สมการแปรผัน $T = \frac{\sqrt{l}}{5}$

▷ ถ้าแกว่ง 60 ครั้ง ใน เวลา 2 นาที = 120 วินาที

ลูกตุ้มนาฬิกา แกว่ง 60 ครั้ง ใช้เวลา 120 วินาที

ลูกตุ้มนาฬิกา แกว่ง 1 ครั้ง ใช้เวลา $\frac{120}{60} = 2$ วินาที

เมื่อ $T = 2$ จะได้ $2 = \frac{\sqrt{l}}{5}$

$$\sqrt{l} = 10$$

$$(\sqrt{l})^2 = 10^2$$

$$l = 100$$

∴ ความยาว ของลูกตุ้มนาฬิกา เท่ากับ 100 ซม. Ans

15. ตอบ 2

x แปรผกผันกับ $(a+b)$ เมื่อ a แปรผันตรงกับ y^2 และ b แปรผันตรงกับ $\frac{1}{z}$

$x = k(k_1y^2 + \frac{k_2}{z})$

$x = kk_1y^2 + \frac{kk_2}{z}$ [ให้ $kk_1 = K$, $kk_2 = M$]

$x = Ky^2 + \frac{M}{z}$

เมื่อ $x=16$, $y=2$, $z=1$ จะได้ $16 = K(2^2) + \frac{M}{1}$

$16 = 4K + M$ —①

เมื่อ $x=5$, $y=1$, $z=2$ จะได้ $5 = K(1^2) + \frac{M}{2}$

$5 = K + \frac{M}{2}$ —②

② $\times 2$ $10 = 2K + M$ —③

① − ② $16-10 = (4K+M) - (2K+M)$

$6 = 4K+M-2K-M$

$6 = 2K$

$K = 3$

แทน $K=3$ ใน ① $16 = 4(3) + M$

$M = 16-12$

$M = 4$

เขียนสมการแปรผันได้ $x = 3y^2 + \frac{4}{z}$

เมื่อ $x=5$, $z=8$ จะได้

$5 = 3y^2 + \frac{4}{8}$

$5 = 3y^2 + \frac{1}{2}$

$10 = 6y^2 + 1$

$6y^2 = 10-1$

$6y^2 = 9$

$y^2 = \frac{9}{6} \quad \frac{3}{2}$

$\therefore y = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$ Ans

ดูค่า z ของสมการ

ตรีโกณมิติ

1. ตอบ 3

ข้อ ก. $\cos\theta$ จะมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อ θ มีค่าเพิ่มขึ้น จาก 0° ถึง 90°

เช่น $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$

$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = 0.500$

$\therefore$ ข้อ ก ถูกต้อง Ans

ข้อ ข. $\tan 45^\circ = \cos 0^\circ$

$\tan 45^\circ = 1$

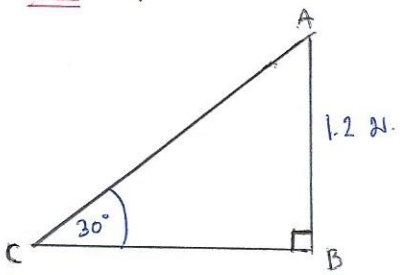
$\cos 0^\circ = 1$

ดังนั้น $\tan 45^\circ = \cos 0^\circ$

$\therefore$ ข้อ ข ถูกต้อง

$\therefore$ ข้อ ก ถูก ข้อ ข. ถูก Ans

2. ตอบ 1



$\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$

$\frac{1}{2} = \frac{12}{AC}$

$\therefore AC = 24$ เมตร

ความเร็ว $= \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{เวลา}}$

$= \frac{24}{3} = 8$ เมตรต่อวินาที

$\therefore$ ความเร็วของลูกตะกร้อลูกนี้ เท่ากับ 8 เมตรต่อวินาที

3. ตอบ 3

$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \sin A = \cos B$ ก็ต่อเมื่อ A และ B เป็นมุม 45°

$\sin A \cos B + \sin B \cos A$

$= \sin 45^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 45^\circ$

$= 2 \sin 45^\circ \cos 45^\circ$

$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$ Ans

4. ตอบ 2

ข้อ ก. $(\cos 30^\circ)^2 > (\cos 30^\circ)^3$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$

$\frac{3}{4} > \frac{3\sqrt{3}}{8}$

$24 > 12\sqrt{3}$

$24 > 12 \times 1.732$

$24 > 20.784$

∴ ข้อ ก ถูกต้อง

ข้อ ข $\left(\sin \frac{\pi}{6}\right)^{30} > \left(\sin \frac{\pi}{3}\right)^{30}$

ในวงกลมที่มีรัศมี 1 หน่วย จะได้

$2\pi r = 360^\circ$

$2\pi(1) = 360^\circ$

$\pi = 180^\circ$

$\frac{\pi}{3} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$

$\frac{\pi}{6} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$

$(\sin 30)^{30} > (\sin 60^\circ)^{30}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{30} > \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{30}$

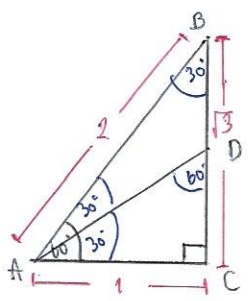
$(0.5)^{30} > \left(\frac{1.732}{2}\right)^{30}$

$(0.5)^{30} > (0.866)^{30}$

∴ ข้อ ข ไม่ถูกต้อง เพราะ $0.5 < 0.866$

∴ ข้อ ก ถูก ข้อ ข ผิด Ans

5. ตอบ 1.



$\triangle ABC$ เป็น $\triangle$ ฉากมุม ด้านตรงได้ $AC = 1$ หน่วย, $AB = 2$ หน่วย, $BC = \sqrt{3}$ หน่วย

$\triangle ACD$; $\tan 30^\circ = \frac{CD}{AC}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CD}{1}$

$\therefore CD = \frac{1}{\sqrt{3}}$

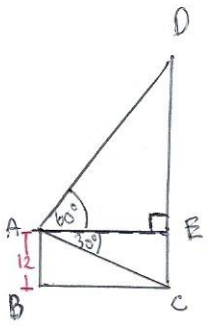
$BD = BC - CD = \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}$

$= \frac{3-1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore \frac{CD}{DB} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \frac{CD}{DB} = \frac{1}{2}$ Ans

6. MOU 3



AB = ความสูงของบ้าน

CD = ความสูงของตึก

$AB = EC = 12$ เมตร

$BC = AE = x$ เมตร

ΔABC; $\tan 30^\circ = \frac{CE}{AE}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{12}{x}$

$x = 12\sqrt{3}$ เมตร

ΔAED; $\tan 60^\circ = \frac{DE}{AE}$

$\sqrt{3} = \frac{DE}{x}$

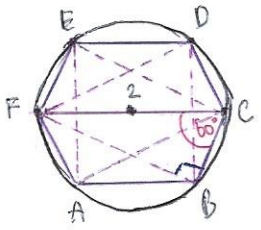
$\sqrt{3} = \frac{DE}{12\sqrt{3}}$

$DE = 12 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$DE = 36$

$\therefore$ ความสูงของตึก $= CE + ED = 12 + 36 = 48$ เมตร Ans

7. MOU 2



มุมภายใน รูป n เหลี่ยม $= 180^\circ(n-2)$

มุมภายใน 6 เหลี่ยม $= 180^\circ(6-2)$

$= 720^\circ$

แต่ละมุมของ หก เหลี่ยม $= \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ \rightarrow F\hat{C}B = \frac{120}{2} = 60^\circ$

วัดมุมวงกลม ยาว 1 หน่วย

ลาก AC, AE, BD, BF, CF, DF เป็นเส้นทแยงมุมที่ลากแล้วไม่ผ่านจุดศูนย์กลางวงกลม มีทั้งหมด 6 เส้น

ลาก CF ผ่านจุด O จะได้ $CF = 2$ หน่วย

ΔBCF เป็น Δ มุมฉาก (มุมในครึ่งวงกลม เป็นมุมฉาก)

$F\hat{C}B = 60^\circ$

$\sin 60^\circ = \frac{BF}{CF}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BF}{2}$

$BF = \sqrt{3}$ หน่วย

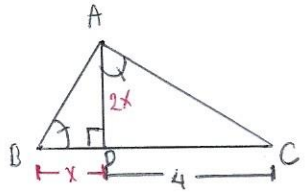
ก้าวลองของ $BF = 3$ หน่วย

เส้นทแยงมุมใดผ่านจุดศูนย์กลาง 6 เส้น

แต่ละเส้น ยาวเท่ากัน

$\therefore$ ผลบวกของก้าวลองของทุกเส้นทแยงมุมที่ลากแล้วไม่ผ่านจุดศูนย์กลางวงกลม เท่ากับ $6 \times 3 = 18$ หน่วย Ans

8. ตอบ 3



1. $A\hat{B}D = D\hat{A}C$

2. $\tan B = \frac{2x}{x} = 2$ $\therefore \tan B = \tan A = 2$

3. $\tan A = \frac{CD}{AD}$

$2 = \frac{4}{2x}$

$4x = 4$

$\therefore x = 1$

4. ΔABD ; ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$AB^2 = BD^2 + AD^2$

$= x^2 + (2x)^2$

$= 1^2 + 2^2$

$AB^2 = 5$

$AB = \sqrt{5}$

5. ΔACD ; ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$AC^2 = AD^2 + CD^2$

$AC^2 = 2^2 + 4^2$

$AC^2 = 20$

$AC = \sqrt{20}$

$AC = 2\sqrt{5}$

6. เส้นรอบรูป ΔABC

$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = \sqrt{5} + (1+4) + 2\sqrt{5}$

อ๋อ เส้นรอบรูป $\Delta ABC = 5 + 3\sqrt{5}$ หน่วย Ans

9. ตอบ 3.

จากเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ → $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

และความสัมพันธ์ Co-Function (มุมรวมกันได้ 90°)

$\sin 1^\circ = \cos 89^\circ$

$\sin 2^\circ = \cos 88^\circ$

$\sin 3^\circ = \cos 87^\circ$

$\vdots$

$\sin 87^\circ = \cos 3^\circ$

$\sin 88^\circ = \cos 2^\circ$

$\sin 89^\circ = \cos 1^\circ$

$\sin 90^\circ = \cos 0^\circ$

จากโจทย์ $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \ldots + \sin^2 45^\circ + \ldots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$

$= 0 + \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \ldots + \sin 45^\circ + \ldots + \sin^2 87^\circ + \sin^2 88^\circ + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$

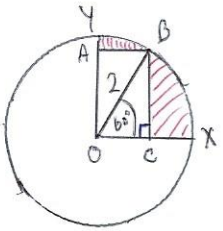
$= \sin^2 0^\circ + \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \ldots + \sin 45^\circ + \ldots + \cos^2 3^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 1^\circ + \cos^2 0^\circ$

$= (\sin^2 0^\circ + \cos^2 0^\circ) + (\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ) (\sin^2 3^\circ + \cos^2 3^\circ) + \ldots + \sin^2 45^\circ$

[จับคู่ได้ทั้งหมด 45 คู่ เหลือ $\sin^2 45^\circ$ 1ตัว ที่ไม่มีคู่]

$= (1 \times 45) + \sin^2 45^\circ = 45 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 45 + \frac{1}{2} = 45.5$ Ans

10. ตอบ 1.



พื้นที่วงกลม $= \pi r^2 = \pi(2)^2 = 4\pi$ ตร.หน่วย

ΔOBC ; $\cos 60^\circ = \frac{OC}{OB}$

$\frac{1}{2} = \frac{OC}{2}$

$\therefore OC = 1$ หน่วย

$\sin 60^\circ = \frac{BC}{OB}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{2}$

$\therefore BC = \sqrt{3}$ หน่วย

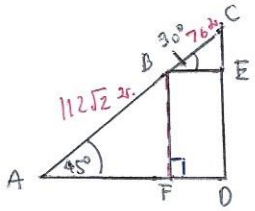
พื้นที่ Δ รูปโค้ง YOX $= \frac{1}{4}$ พื้นที่วงกลม $= \frac{1}{4} \times 4\pi = \pi$ ตร.หน่วย

พื้นที่ $\square OABC$ = กว้าง × ยาว $= OC \times BC = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$ ตร.หน่วย

$\therefore$ พื้นที่ส่วนแรเงา = พื้นที่ Δ รูปโค้ง YOX − พื้นที่ $\square OABC$

$= \pi - \sqrt{3}$ ตร.หน่วย Ans

11. ตอบ 3



จากรูป ลาก $\overline{BF}$ ตั้งฉาก $\overline{AD}$ ที่จุด F

$\sin 45^\circ = \frac{BF}{AB}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{BF}{112\sqrt{2}}$

$BF = \frac{112\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 112$ เมตร

$\sin 30^\circ = \frac{CE}{BC}$

$\frac{1}{2} = \frac{CE}{76}$

$CE = \frac{1}{2} \times 76$

$CE = 38$ เมตร

$CD = CE + ED$ $CED = BF = 112$

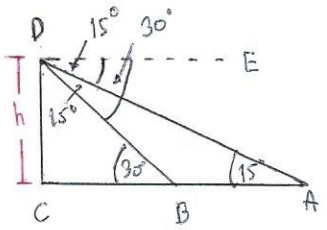
$= 38 + 112$

$= 150$ เมตร

$\therefore$ ยอดเขานี้สูงจากพื้นราบ

$= 150$ เมตร Ans

12. ตอบ 1.



ให้ความสูงของตึกที่ผู้สังเกตยืนอยู่ h เมตร

$E\hat{D}A$ เป็นมุมก้มที่เห็นรถยนต์แล่นถึงจุด A

$E\hat{D}B$ เป็นมุมก้มที่เห็นรถยนต์แล่นถึงจุด B

ในเวลา 1 ชั่วโมง รถแล่นได้ทาง 60 กม.

หรือ ในเวลา 3,600 วินาที รถแล่นได้ทาง 60,000 เมตร

ในเวลา 1 วินาที รถแล่นได้ทาง $\frac{60,000}{3,600}$

ในเวลา 6 วินาที รถแล่นได้ทาง $\frac{60,000}{3,600} \times 6$

$= 100$ เมตร

$\therefore AB = 100$ เมตร

$\triangle ABD$ มีมุมที่ฐาน $= 15°$ เท่ากัน แสดงว่าเป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

$\therefore BD = AB = 100$ เมตร

$\triangle BCD$; $\sin 30° = \frac{h}{BD}$

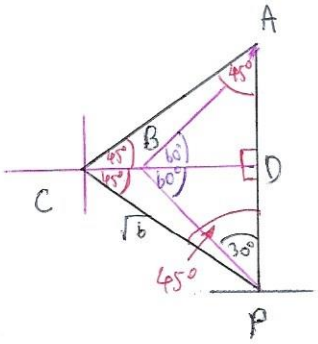
$\frac{1}{2} = \frac{h}{100}$

$h = 50$ เมตร

ตึกสูงขึ้นละ $3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ เมตร

$\therefore$ นักบินอยู่บนตึกชั้นที่ $50 \div \frac{10}{3} = 50 \times \frac{3}{10} = 15$. Ans

13 ตอบ 1.



ให้ P และ C เป็นจุดสังเกต

$A\hat{P}B = 30°$

$B\hat{C}A = 45°$

$C\hat{A}P = 45°$

$D\hat{B}P = 180 - BPD - BDP$

$= 180 - 30 - 90$

$D\hat{B}P = 60°$

$A\hat{B}D = D\hat{B}P = 60°$

$\triangle ACP$ มีมุมที่ฐานเท่ากัน $45°$

$\therefore \triangle ACP$ เป็น $\triangle$ หน้าจั่ว

$\therefore \overline{PC} = \overline{AC} = \sqrt{6}$

$\triangle ACD$ $\sin A\hat{C}D = \frac{AD}{AC}$

$\sin 45° = \frac{AD}{\sqrt{6}}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AD}{\sqrt{6}}$

$AD = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$

$\triangle ABD$;

$\sin A\hat{B}D = \frac{AD}{AB}$

$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{AB}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{AB}$

$\therefore AB = 2$ ไมล์ Ans

14. MOU 1.

$(\sin A - \operatorname{cosec} A)^2 + (\cos A + \sec A)^2 - \tan^2 A - \cot^2 A$

$= (\sin^2 A - 2\sin A \operatorname{cosec} A + \operatorname{cosec}^2 A) + (\cos^2 A + 2\cos A \sec A + \sec^2 A) - \tan^2 A - \cot^2 A$

$= (\underbrace{\sin^2 A + \cos^2 A}_{=1}) - 2\sin A \cdot \frac{1}{\sin A} + 2\cos A \cdot \frac{1}{\cos A} + \operatorname{cosec}^2 A + \sec^2 A - \tan^2 A - \cot^2 A$

$= 1 - 2 + 2 + (\underbrace{\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A}_{=1}) + (\underbrace{\sec^2 A - \tan^2 A}_{=1})$ ∵ เอกลักษณ์ที่โจทย์ให้

$= 1 - 2 + 2 + 1 + 1$

$= 3$

15. MOU 3

จาก เอกลักษณ์ ที่โจทย์ให้

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \rightarrow 1 - \cos^2 A = \sin^2 A$

$\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1 \rightarrow 1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$

$$\sin(2A - 30^\circ) = \frac{\cos 30^\circ \tan 45^\circ}{(1+\cot^2 A)(1-\cos^2 A)}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}(1)}{\operatorname{cosec}^2 A \cdot \sin^2 A}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sin^2 A} \cdot \sin^2 A}$$

$$\sin(2A - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

จาก $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore 2A - 30^\circ = 60^\circ$

$2A = 90^\circ$

$A = 45^\circ$

โจทย์ถาม

$\sin^2 A - \sin A \cos A + \cos^2 A$

$= (\sin^2 A + \cos^2 A) - \sin A \cos A$

$= 1 - \sin 45^\circ \cos 45^\circ$

$= 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$= 1 - \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}$ Ans

พาราโบลา

1. ตอบ 2.

สมการที่มีจุด $(-1, 5)$ เป็นจุดยอดสูงสุด ต้องเป็น พาราโบลาคว่ำ

ดังนั้น $a < 0$ ซึ่งจะเหลือตัวเลือก 2 ข้อ คือ ข้อ 2 และ 3

ข้อ 2 $y = -x^2 - 2x + 4$, $a = -1$, $b = -2$, $c = 4$

จากสูตร $h = \frac{-b}{2a}$

$= \frac{-(-2)}{2(-1)}$

$\therefore h = \frac{2}{-1} = -1$

จากสูตร $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$= \frac{4(-1)(4) - (-2)^2}{4(-1)}$

$= \frac{-16 - 4}{-4}$

$= \frac{-20}{-4}$

$\therefore k = 5$

$\therefore y = -x^2 - 2x + 4$ มีจุดยอด $(-1, 5)$

ข้อ 3 $y = -x^2 + 2x + 8$ $a = -1$, $b = 2$, $c = 8$

จากสูตร $h = \frac{-b}{2a}$

$= \frac{-(2)}{2(-1)}$

$\therefore h = 1$

จากสูตร $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$= \frac{4(-1)(8) - 2^2}{4(-1)}$

$= \frac{-32 - 4}{-4}$

$= \frac{-36}{-4}$

$k = 9$

$\therefore y = -x^2 + 2x + 8$ มีจุดยอด $(1, 9)$

$\therefore$ ตอบข้อ 2 $y = -x^2 - 2x + 4$ Ans

2. ตอบ 2.

สมการ $y = 2x^2 + 4x - 5$, $a = 2$, $b = 4$, $c = -5$

หาแกนสมมาตรของกราฟ ได้จากสูตร $h = \frac{-b}{2a}$

$h = \frac{-4}{2(2)}$

$h = \frac{-4}{4}$

$h = -1$

$\therefore$ แกนสมมาตร มีสมการเส้นตรง $x = -1$ Ans

3. ตอบ 3

สมการที่มีกราฟที่มีจุดต่ำสุด คือ พาราโบลาหงาย $\therefore a > 0$

ข้อ 1 $8 - y = 3x^2 \rightarrow y = -3x^2 + 8$

จุดยอด $= (0, 8)$

ข้อ 2 $y + 2x^2 = 10 \rightarrow y = -2x^2 + 10$

จุดยอด $= (0, 10)$

ข้อ 3 $2y + 5 = x^2 \rightarrow y = \frac{x^2}{2} - \frac{5}{2}$

จุดยอด $= (0, -\frac{5}{2})$

ข้อ 4 $y - 6 = -9x^2 \rightarrow y = -9x^2 + 6$

จุดยอด $= (0, 6)$

$\therefore$ ข้อ 3 $2y + 5 = x^2$ มีจุดต่ำสุด Ans

4. ตอบ 4.

$$y = 2x - 4 - x^2$$
$$y = -x^2 + 2x - 4$$
$$y = -[x^2 - 2x + 4]$$
$$y = -[x^2 - 2(x)(1) + 1^2 - 1^2 + 4]$$
$$y = -[(x-1)^2 - 1 + 4]$$
$$y = -[(x-1)^2 + 3]$$
$$y = -(x-1)^2 - 3 \quad \text{Ans}$$

5. ตอบ 1

จุดยอด $(0, -4)$ แสดงว่า สมการพาราโบลา $y = (x-h)^2 + k$, $x = 0$ และ $k = -4$

ดังนั้น ตัวเลือกที่มี $(h, k) = (0, -4)$ คือ ตัวเลือกที่ 1 และ 3

นำ $(-1, 0)$ และ $(1, 0)$ ไปแทนในสมการ ข้อ 1 และ 3 เพื่อตรวจสอบสมการ

(ต่อ)

5.(ต่อ)

ข้อ 1 แทน $x = -1$ ในสมการ

$y = 4x^2 - 4$

$0 = 4(-1)^2 - 4$

$0 = 0$ สมการเป็นจริง

แทน $x = 1$ ในสมการ

$y = 4x^2 - 4$

$0 = 4(1)^2 - 4$

$0 = 0$ สมการเป็นจริง

ข้อ 2 แทน $x = -1$ ในสมการ

$y = 2x^2 - 4$

$0 = 2(-1)^2 - 4$

$0 = -2$ สมการไม่เป็นจริง

แทน $x = 1$ ในสมการ

$y = 2x^2 - 4$

$y = 2(1)^2 - 4$

$y = -2$ สมการไม่เป็นจริง

$\therefore$ ตอบ ข้อ 1 Ans

6. ตอบ 4

จากรูป กราฟพาราโบลารูปหงาย แสดงว่า $a > 0$

จุดยอดของกราฟพาราโบลาอยู่ในจตุภาคที่ 1

ข้อ 1 $y = x^2 - 4x - 4$ $a = 1$, $b = -4$, $c = -4$

$h = \frac{-b}{2a}$

$h = \frac{-(-4)}{2(1)}$

$h = 2$

$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$= \frac{4(1)(-4) - (-4)^2}{4(1)}$

$= \frac{-16 - 16}{4}$

$k = -8$

$\therefore$ จุดยอด $(2, -8)$ อยู่ในจตุภาคที่ 4

ข้อ 2 $y = x^2 - 4x + 2$ $a = 1$, $b = -4$, $c = 2$

$h = \frac{-b}{2a}$

$h = \frac{-(-4)}{2(1)}$

$h = 2$

$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$= \frac{4(1)(2) - (-4)^2}{4(1)}$

$= \frac{8 - 16}{4}$

$k = -2$

$\therefore$ จุดยอด $(2, -2)$ อยู่ในจตุภาคที่ 4

(ต่อ)

6. (ต่อ)

ข้อ 3 $y = x^2 - 6x + 4$ $a = 1$, $b = -4$, $c = 4$

$h = \frac{-b}{2a}$

$h = \frac{-(-4)}{2(1)}$

$h = 2$

$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$k = \frac{4(1)(4) - (-4)^2}{4(1)}$

$k = \frac{16 - 16}{4}$

$k = 0$

$\therefore$ จุดยอด $(2, 0)$ อยู่ในจตุภาคที่ 1 แต่จุดยอดกราฟอยู่บนแกน X

ข้อ 4 $y = x^2 - 4x + 6$ $a = 1$, $b = -4$, $c = 6$

$h = \frac{-b}{2a}$

$h = \frac{-(-4)}{2(1)}$

$h = 2$

$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$k = \frac{4(1)(6) - (-4)^2}{4(1)}$

$k = \frac{24 - 16}{4}$

$k = 2$

$\therefore$ จุดยอด $(2, 2)$ อยู่ในจตุภาคที่ 1

$\therefore$ ข้อ 4 ถูกต้อง Ans

7. ตอบ 3

จากสมการ $y = c - 2x - x^2$, $a = -1$, $b = -2$, $c = c$

มีค่ารวมเท่ากับ -2 ซึ่งคือค่าของ k นั่นเอง

จากสูตร $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$-2 = \frac{4(-1)(c) - (-2)^2}{4(-1)}$

$8 = -4c - 4$

$4c = -12$

$c = -3$

แทนค่า $c = -3$ ในสมการ $y = c - 2x - x^2$ จะได้

$y = -3 - 2x - x^2$

หาจุดตัดบนแกน y แทน $x = 0$

$y = -3 - 2(0) - 0^2$

$y = -3$

$\therefore$ จุดตัดบนแกน y คือ $(0, -3)$ Ans

8. ตอบ 3

$y = x^2 + 2x - 15$

$= (x)^2 + 2(x)(1) + (1)^2 - (1)^2 - 15$

$\therefore y = (x+1)^2 - 16$

▷ จุดยอดของกราฟ พาราโบลา คือ $(-1, -16)$ และ เป็น พาราโบลา หงาย

▷ หาจุดตัดของ กราฟ พาราโบลา บนแกน x ให้ $y = 0$

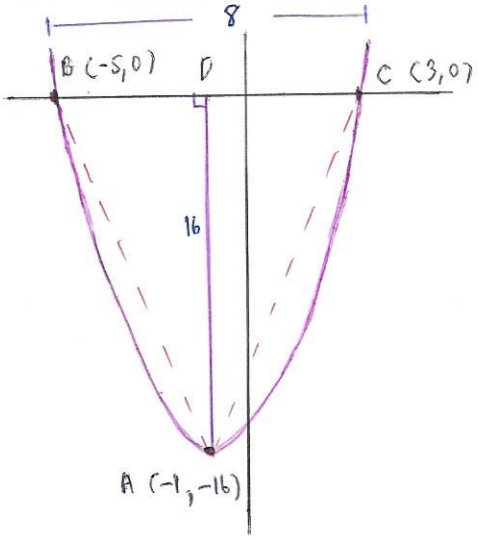
$0 = x^2 + 2x - 15$

$(x-3)(x+5) = 0$

$x = 3, -5$

$\therefore$ จุดที่กราฟ พาราโบลา ตัดแกน x คือ $(3,0)$ และ $(-5,0)$

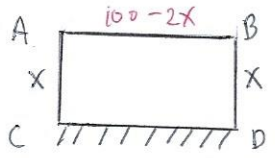
กราฟ พาราโบลา



$\therefore \Delta ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$ ตร.หน่วย Ans

9. ตอบ 3



กำหนดให้ $AC = BD = x$, ให้ พื้นที่ $\square ABCD = y$

ล้อมรั้ว 3 ด้าน ใช้ ไม้ทำรั้ว ยาว = 100 เมตร

ดังนั้น $AB = 100 - AC - BD$

$= 100 - x - x$

$AB = 100 - 2x$

พื้นที่ $\square ABCD$ = กว้าง x ยาว

$y = (100-2x)x$

$y = 100x - 2x^2$

$y = -2x^2 + 100x$ $a = -2, b = 100, c = 0$

จากสูตร $h = x = \frac{-b}{2a}$

ความยาว $= x = \frac{-100}{2(-2)}$

$= \frac{-100}{-4}$

$x = 25$

ที่ $x = 25$ แทนใน ความยาว AB

$AB = 100 - 2x = 100 - 2(25)$

$\therefore AB = 50$

โจทย์ ต้องการ CD

$\therefore CD = AB = 50$ เมตร

ด้านที่อยู่ ตรงข้าม กับ ด้านที่ยาว 50 เมตร Ans

10. ตอบ 3

ให้ พื้นที่ $\Delta = y$

พื้นที่ $\Delta = \frac{1}{2} \times$ ฐาน $\times$ สูง

$y = \frac{1}{2} \times (x+2)(10-x)$

$y = (x+2)(10-x)$

$y = 10x - x^2 + 20 - 2x$

$y = -x^2 + 8x + 20$

$a = -1, b = 8, c = 20$

$h = \frac{-b}{2a}$

$h = \frac{-8}{2(-1)}$

$h = 4$

$k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

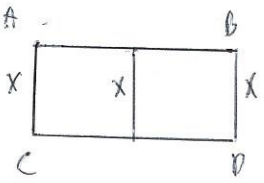
$k = \frac{4(-1)(20) - 8^2}{4(-1)}$

$k = \frac{-80-64}{-4} = \frac{-144}{-4} = 36$

ดังนั้น $(h, k) = (4, 36)$

พื้นที่ Δ คือ y $\therefore$ พื้นที่สูงสุดของ Δ คือ 36 ตร. หน่วย Ans

11. ตอบ 3



ให้ ลวดที่นำมาตัด ยาว x เมตร มี 3 เส้น $= 3x$

ความยาวลวด $= AB + CD + 3x$

$156 = AB + CD + 3x$

$AB + CD = 156 - 3x$

$\therefore AB = CD = \frac{156-3x}{2} = 78 - \frac{3}{2}x$ เมตร

พื้นที่ $(y) = x(78 - \frac{3}{2}x)$

$y = 78x - \frac{3}{2}x^2$

$y = -\frac{3}{2}x^2 + 78x$ $a = -\frac{3}{2}, b = 78, c = 0$

พื้นที่มากที่สุด $= k = \frac{4ac - b^2}{4a}$

$k = \frac{4(-\frac{3}{2})(0) - 78^2}{4(-\frac{3}{2})}$

$k = -\frac{6084}{-6}$

$k = 1014$ ตร.ม.

$\therefore$ พื้นที่มากที่สุด $= 1014$ ตารางเมตร Ans

12. ตอบ 1

กราฟ $y = x^2 + ax + 1$ สัมผัสกับเส้นตรง $x + y = 0 \rightarrow y = -x$
(พาราโบลา)

เมื่อสัมผัสกัน 1 จุด แสดงว่า คำตอบรากเท่ากัน $\rightarrow$ y เท่ากัน

จะได้ $x^2 + ax + 1 = -x$

$x^2 + ax + x + 1 = 0$

$x^2 + (a+1)x + 1 = 0$, $a = 1$, $b = (a+1)$, $c = 1$

จากสูตร $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

เมื่อสัมผัส 1 จุด แสดงว่า $b^2 - 4ac = 0$ จะได้คำตอบรากเท่ากัน 1 คำตอบ

$b^2 - 4ac = 0$

$(a+1)^2 - 4(1)(1) = 0$

$a^2 + 2a + 1 - 4 = 0$

$a^2 + 2a - 3 = 0$

$(a+3)(a-1) = 0$

$a = -3, 1$

แต่โจทย์ถาม a ที่เป็นจำนวนจริงบวก $\therefore a = 1$ Ans

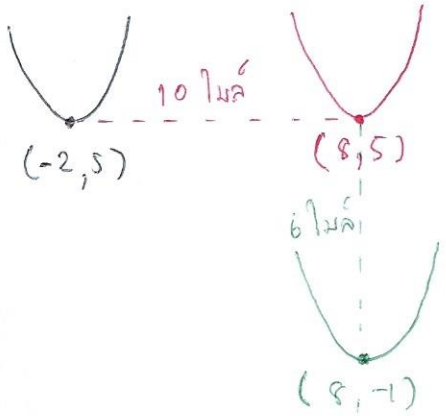
13. ตอบ 1.

$y = (x+2)^2 + 5$

$a = 1$, $h = -2$, $k = 5$

จะได้ว่า เป็นพาราโบลาหงาย

มีจุดต่ำสุด $(-2, 5)$

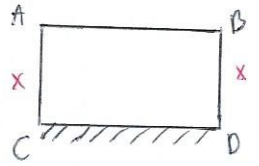


ได้จุดยอดใหม่ เป็น $(8, -1)$

$\therefore$ เขียนเป็นรูปสมการได้

$y = (x-8)^2 - 1$ Ans

14. ตอบ 1.



ให้ $AC = BD = x$ เมตร

พื้นที่ที่ล้อม $\square ABCD = A$ ตร.ม.

ความยาวรั้ว $= AB + AC + BD$

$100 = AB + x + x$

$100 = AB + 2x$

$AB = 100 - 2x$

พื้นที่ $\square ABCD = x(100 - 2x)$

$A = 100x - 2x^2$

$A = -2x^2 + 100x$

โจทย์กำหนด $3 \leq x \leq 10$

แทน $x = 3$; $A = -2(3)^2 + 100(3)$

$A = 282$

แทน $x = 10$; $A = -2(10)^2 + 100(10)$

$A = 800$

จะได้ $282 \leq A \leq 800$

$\therefore$ A มีค่าอยู่ในช่วง $282 \leq A \leq 800$

Ans

15. ตอบ 2

$y = kx^2 + 5kx + 3x + 6k + 5$

$y = kx^2 + (5k+3)x + (6k+5)$

▷ โจทย์ บอก พาราโบลา มีจุดยอดอยู่บนแกน x → มีจุดตัดแกน x 1จุด

แสดงว่า $y = 0$

▷ จากสมการกำลังสอง เมื่อ $ax^2 + bx + c = 0$ จะมี x 1 ค่า เมื่อ $b^2 - 4ac = 0$

หาจุดตัดแกน x แทน $y = 0$

$0 = \underset{a}{k}x^2 + \underset{b}{(5k+3)}x + \underset{c}{6k+5}$

$b^2 - 4ac = 0$

$(5k+3)^2 - 4(k)(6k+5) = 0$

$25k^2 + 30k + 9 - 24k^2 - 20k = 0$

$k^2 + 10k + 9 = 0$

$(k+1)(k+9) = 0$

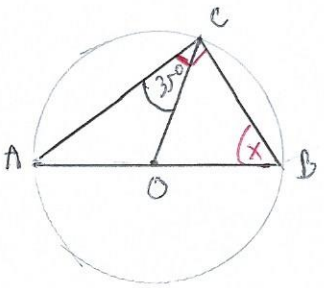
$k = -1, -9$

$\therefore$ ผลต่างระหว่าง -1 และ -9

$= 8$ หน่วย Ans

วงกลม

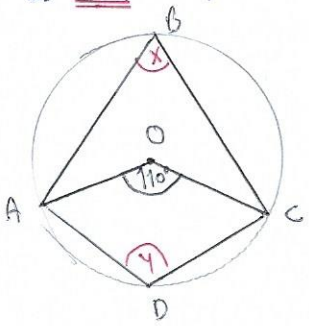
1. ตอบ 2



1. $A\hat{C}B = 90^\circ$ ∵ ทฤษฎีบท: มุมในครึ่งวงกลม มีขนาด 90°
2. $O\hat{C}B = 90^\circ - 35^\circ$ ∵ รอบมุม Δ
   $= 55^\circ$
3. $\overline{OC} = \overline{OB}$ ∵ รัศมีของวงกลม
4. ΔOCB เป็น Δ หน้าจั่ว ∵ จากข้อ 3
5. $\hat{X} = O\hat{C}B = 55^\circ$ ∵ รอบมุม Δ หน้าจั่ว

∴ $X = 55^\circ$ Ans

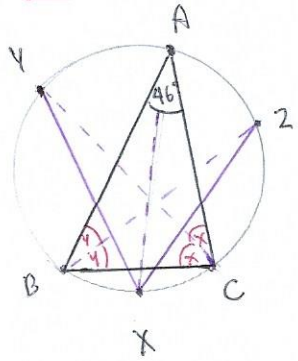
2 ตอบ 1



1. $A\hat{O}C = 2(\hat{X})$ ∵ ทฤษฎีบท: มุมที่จุดศูนย์กลางเป็น 2 เท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน
   $110^\circ = 2\hat{X}$
   $\hat{X} = 55^\circ$
2. $\hat{Y} = 180^\circ - \hat{X}$ ∵ ทฤษฎีบท: □ ABCD แนบอยู่ในวงกลม ผลบวกของมุมตรงข้าม = 180°
   $\hat{Y} = 180 - 55^\circ$
   $\hat{Y} = 125^\circ$

∴ $\hat{X} = 55^\circ$, $\hat{Y} = 125^\circ$ Ans

3. ตอบ 2.

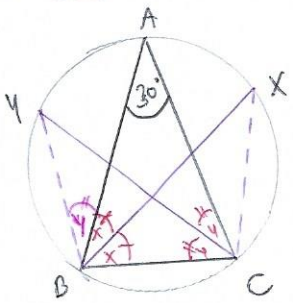


ลาก $\overline{AX}$, $\overline{BZ}$, $\overline{CY}$ ในรูป Δ ABC

1. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ ∵ รอบมุม Δ
   $46^\circ + 2Y + 2X = 180^\circ$
   $2Y + 2X = 180^\circ - 46^\circ$
   $2(X + Y) = 134^\circ$
   $X + Y = 67^\circ$
2. $A\hat{X}Y = A\hat{C}Y = X$ ∵ ทฤษฎีบท: มุมในส่วนโค้งเดียวกันมีขนาดเท่ากัน
3. $A\hat{X}Z = A\hat{B}Z = Y$ ∵ เหมือนข้อ 2
4. $Y\hat{X}Z = A\hat{X}Y + A\hat{X}Z = X + Y = 67^\circ$

∴ $Y\hat{X}Z = 67^\circ$ Ans

4. โจทย์ 2



1. $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$30 + 2x + 2y = 180^\circ$

$2x + 2y = 180^\circ - 30^\circ$

$2(x + y) = 150^\circ$

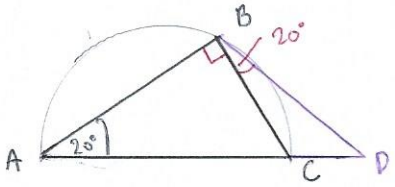
$(x + y) = 75^\circ$

2. $A\hat{C}Y = A\hat{B}Y = y$ ∵ ทฤษฎีบท: มุมในส่วนโค้ง ของวงกลม เดียวกัน มีขนาด เท่ากัน

3. $X\hat{B}Y = x + y = 75^\circ$

∴ $X\hat{B}Y = 75^\circ$ Ans

5. โจทย์ 2



1. $C\hat{B}D = 20^\circ$ (โจทย์กำหนด)

2. $B\hat{A}C = C\hat{B}D = 20^\circ$ ∵ มุมที่เกิดจากเส้นสัมผัสกับคอร์ด เท่ากับ มุมในส่วนโค้ง ของวงกลม ที่อยู่ตรงข้าม

3. $A\hat{B}C = 90^\circ$ ∵ มุมในครึ่งวงกลม เป็น มุมฉาก

4. $\triangle ABD$;

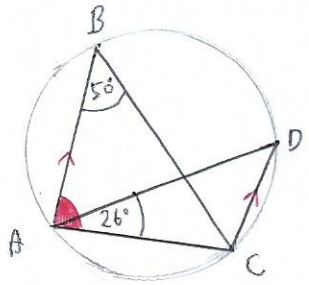
$B\hat{A}D + A\hat{B}D + A\hat{D}B = 180^\circ$

$20^\circ + (90^\circ + 20^\circ) + A\hat{D}B = 180^\circ$

$130^\circ + A\hat{D}B = 180^\circ$

∴ $A\hat{D}B = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ Ans

6. โจทย์ 4.



1. $A\hat{D}C = A\hat{B}C$ ∵ มุมในส่วนโค้ง ของวงกลม ที่รองรับด้วย ส่วนโค้ง AC เหมือนกัน จะมีขนาดเท่ากัน

$A\hat{D}C = 50^\circ$

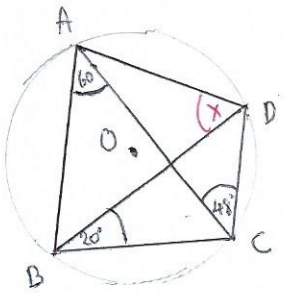
2. $A\hat{D}C = B\hat{A}D = 50^\circ$ ∵ มุมแย้ง เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

3. $B\hat{A}C = B\hat{A}D + C\hat{A}D$

$= 50^\circ + 26^\circ$

∴ $B\hat{A}C = 76^\circ$ Ans

7. MOU 4.



1. $A\hat{C}D = A\hat{B}D = 48^\circ$ ∵ มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย AD เหมือนกัน จะมีขนาดเท่ากัน

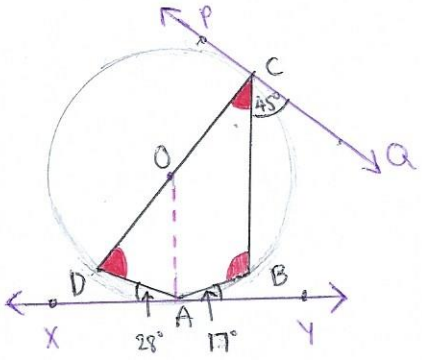
2. $D\hat{B}C = C\hat{A}D = 20^\circ$ ∵ มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วย CD เหมือนกัน จะมีขนาดเท่ากัน

3. $\hat{X} = 180^\circ - A\hat{B}D - B\hat{A}D$

$= 180^\circ - 48^\circ - (60^\circ + 20^\circ)$

∴ $\hat{X} = 52^\circ$ Ans

8. MOU 1



1. $O\hat{C}Q = 90^\circ$ ∵ เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

2. $O\hat{C}B = 90^\circ - B\hat{C}Q$ ∵ สมบัติ Δ

$= 90^\circ - 45^\circ$

$O\hat{C}B = 45^\circ$

3. $X\hat{A}O = 90^\circ$ ∵ เหมือนข้อ 1

4. $\overline{OD} = \overline{OA}$ ∵ รัศมีวงกลม

5. $D\hat{A}O = X\hat{A}O - X\hat{A}D$ ∵ สมบัติ Δ

$= 90 - 28^\circ$

$D\hat{A}O = 62^\circ$

6. $O\hat{D}A = O\hat{A}D = 62^\circ$ ∵ สมบัติ Δ หน้าจั่ว

7. $D\hat{A}B = 180^\circ - O\hat{C}B$ ∵ รูป □ แนบในวงกลม ผลบวกขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับ 180 องศา

$= 180^\circ - 45^\circ$

$D\hat{A}B = 135^\circ$

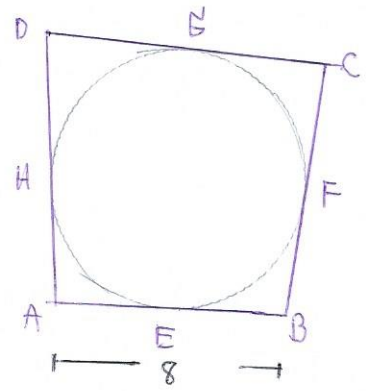
8. $A\hat{B}C = 360 - D\hat{A}B - O\hat{D}A - O\hat{C}B$ ∵ สมบัติ □

$= 360^\circ - 135^\circ - 62^\circ - 45^\circ$

$A\hat{B}C = 118^\circ$

∴ $A\hat{B}C = 118^\circ$, $O\hat{D}A = 62^\circ$, $OCB = 45^\circ$

9. ตอบ 1.



วงกลมที่แนบในรูป □ จะได้ตามสมบัติของด้านดังนี้

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$

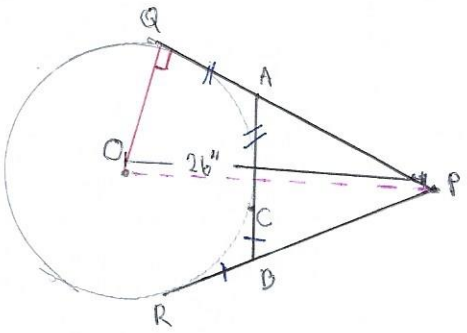
$8 + \overline{CD} = \frac{39}{2}$

(ผลบวกของด้านที่อยู่ตรงข้ามกันจะยาวเป็นครึ่งหนึ่งของเส้นรอบรูป □)

$8 + CD = 19.5$

$\therefore \overline{CD} = 19.5 - 8 = 11.5$ Ans

10. ตอบ 4



ลาก OQ

$\overline{AQ} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{RB}$ (จากจุดภายนอกลากเส้นสัมผัสสองเส้นได้ยาวเท่ากัน)

$\overline{PA} + \overline{AC} + \overline{CB} + \overline{BP} = 48$

$\overline{PA} + \overline{AQ} + \overline{RB} + \overline{BP} = 48$ (แทน $\overline{AC}$ ด้วย $\overline{AQ}$ และ $\overline{CB}$ ด้วย $\overline{RB}$)

$(\overline{PA} + \overline{AQ}) + (\overline{RB} + \overline{BP}) = 48$

$\overline{PQ} + \overline{PR} = 48$

แต่ $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (จากจุดภายนอกลากเส้นสัมผัสสองเส้นได้ยาวเท่ากัน)

$2\overline{PQ} = 48$

$\overline{PQ} = 24$

ในรูป Δ มุมฉาก POQ $OP^2 = OQ^2 + PQ^2$

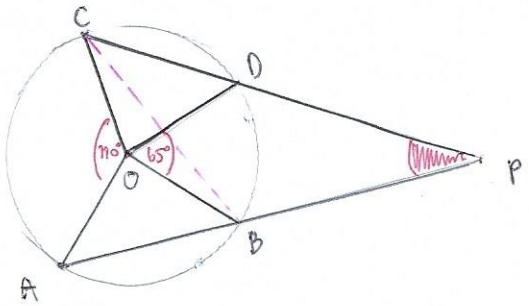
$26^2 = OQ^2 + 24^2$

$OQ^2 = 26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100$

$OQ = 10$

พื้นที่วงกลม O $= \pi r^2 = \pi(10^2) = 100\pi$ ตารางนิ้ว Ans

11. MOU 2



ให้รู้ ลาก $\overline{CB}$

1. $A\hat{B}C = \frac{1}{2}A\hat{O}C$ ∵ มุมในส่วนโค้งของวงกลม มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของมุมจุดศูนย์กลางของวงกลมที่รองรับส่วนโค้งเดียวกัน

2. $A\hat{B}C = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$

3. $B\hat{C}D = \frac{1}{2}B\hat{O}D = \frac{1}{2} \times 65^\circ$ ∵ ผลเปลี่ยนข้อ 1
$= 32.5^\circ$

4. $A\hat{B}C = B\hat{C}P + B\hat{P}C$ ∵ ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูป Δ ออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะมีค่าเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด

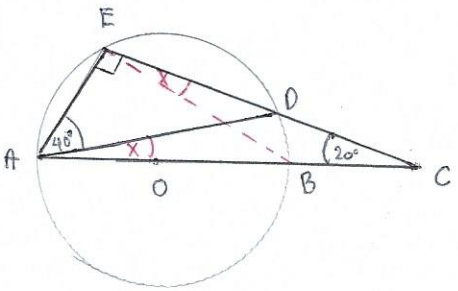
$55^\circ = 32.5^\circ + B\hat{P}C$

$\therefore B\hat{P}C = 55^\circ - 32.5^\circ$

$= 22.5^\circ$

$\therefore APC = 22.5^\circ$ Ans

12. MOU 1



ลาก BE

1. $D\hat{E}B = D\hat{A}B = x$ ∵ มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่ถูกรองรับส่วนโค้ง DB เดียวกัน ย่อมมีขนาดเท่ากัน

2. $A\hat{E}D = 90^\circ$ ∵ มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมฉาก

3. $E\hat{A}C + A\hat{C}E + A\hat{E}C = 180^\circ$

$(40^\circ + x) + 20^\circ + (90^\circ + x) = 180^\circ$

$40^\circ + x + 20^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ$

$2x + 150^\circ = 180^\circ$

$2x = 180^\circ - 150^\circ$

$2x = 30^\circ$

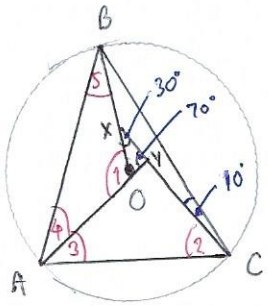
$x = 15^\circ$

4. $A\hat{D}E = D\hat{A}C + A\hat{C}D$

∵ ในรูป Δ ใดๆ ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูป Δ ออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะมีค่าเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด

$A\hat{D}E = 15^\circ + 20^\circ = 35^\circ$ Ans

13. MOU 4.



1. $\hat{1} = 30^\circ + 70^\circ = 100^\circ$ ∵ ในรูป Δ ที่ต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูป Δ ออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะมีค่าเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด

2. $\hat{2} + 10^\circ = 50^\circ$ ∵ มุมในส่วนโค้งของวงกลม มีขนาดโตเป็นครึ่งหนึ่งของมุมที่จุดศูนย์กลางที่ถูกรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

$\hat{2} = 50^\circ - 10^\circ$

$\hat{2} = 40^\circ$

3. $70^\circ = \hat{3} + \hat{2}$ (เหตุผลเหมือนข้อ 1)

$70^\circ = \hat{3} + 40^\circ$

$\therefore \hat{3} = 30^\circ$

4. $\hat{4} = \hat{5}$ ($\overline{OB} = \overline{OA}$)

5. $\hat{1} + \hat{4} + \hat{5} = 180^\circ$

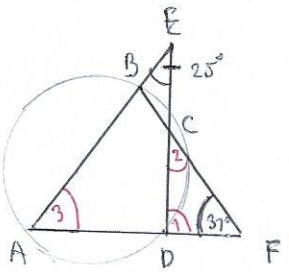
$100^\circ + 2(\hat{4}) = 180^\circ$ (แทน $\hat{5}$ ด้วย $\hat{4}$ เพราะ $\hat{4} = \hat{5}$)

$2(\hat{4}) = 80^\circ$

$\hat{4} = 40^\circ$

6. $B\hat{A}C = \hat{3} + \hat{4} = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$ Ans

14. MOU 2



1. $\hat{1} = \hat{3} + 25^\circ$ ∵ มุมภายนอกที่เกิดขึ้นเมื่อต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูป Δ มุมนั้นจะมีค่าเท่ากับผลบวกของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิด

2. $\hat{2} = \hat{3}$ ∵ □ ที่บรรจุในวงกลม ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูป □ ออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีค่าเท่ากับมุมภายในที่อยู่ตรงข้าม

3. $\hat{1} + \hat{2} + 37^\circ = 180^\circ$ ∵ สมบัติ Δ

4. $(\hat{3} + 25^\circ) + \hat{3} + 37^\circ = 180^\circ$ (แทน $\hat{1}$ ด้วย $\hat{3} + 25^\circ$ แทน $\hat{2}$ ด้วย $\hat{3}$)

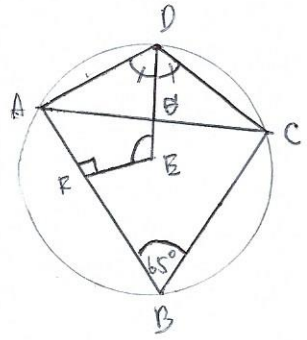
$2(\hat{3}) + 62^\circ = 180^\circ$

$\hat{3} = \frac{180 - 62}{2}$

$\hat{3} = 59^\circ$

$\therefore B\hat{A}D = \hat{3} = \hat{2} = 59^\circ$ Ans

15. ตอบ 2



1. $\bar{AB} = \bar{AC}$ (กำหนดให้)

$\therefore A\hat{C}B = 65^\circ$ $\because$ สมบัติ Δ หน้าจั่ว

2. $B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ $\because$ สมบัติ Δ

$B\hat{A}C + 65^\circ + 65^\circ = 180^\circ$

$\therefore B\hat{A}C = 180^\circ - 65 - 65 = 50^\circ$

3. $A\hat{D}C + A\hat{B}C = 180^\circ$ $\because$ $\square$ ที่บรรจุในวงกลม มุมตรงข้าม

$A\hat{O}C + 65^\circ = 180^\circ$ รวมกันได้ 180°

$\therefore A\hat{D}C = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

4. $A\hat{D}O = O\hat{D}C = \frac{115^\circ}{2} = 57.5^\circ$ ($\bar{DE}$ แบ่งครึ่ง $A\hat{D}C$)

5. ADC เป็น Δ หน้าจั่ว ($\bar{DA} = \bar{DC}$ ในรัศมีเท่ากัน)

6. $D\hat{A}C + D\hat{C}A + A\hat{D}C = 180^\circ$ $\because$ สมบัติ Δ

$D\hat{A}C + D\hat{C}A + 115^\circ = 180^\circ$

$D\hat{A}C + D\hat{C}A = 180 - 115 = 65^\circ$

$\therefore D\hat{A}C = D\hat{C}A = \frac{65^\circ}{2} = 32.5^\circ$

7. $D\hat{A}O + A\hat{O}D + A\hat{D}O = 180^\circ$ $\because$ สมบัติ Δ

$32.5^\circ + 57.5 + A\hat{D}O = 180^\circ$

$A\hat{D}O = 180^\circ - 32.5^\circ - 57.5^\circ$

$A\hat{D}O = 90^\circ$

8. $A\hat{D}O + A\hat{D}E = 180^\circ$ $\because$ มุมประกอบสองมุมฉาก

$A\hat{D}O = A\hat{D}E = 90^\circ$

9. $F\hat{A}O + A\hat{O}E + O\hat{E}F + E\hat{F}A = 360^\circ$ $\because$ สมบัติ $\square$

$50^\circ + 90^\circ + O\hat{E}F + 90^\circ = 360^\circ$

$\therefore O\hat{E}F = 360^\circ - 50^\circ - 90^\circ - 90^\circ$

$= 130^\circ$

$\therefore D\hat{E}F = 130^\circ$ Ans

ความน่าจะเป็น

1. ตอบ 1.

แซมเปิลสเปซ มี 8 แบบ ได้แก่ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT

$\therefore n(S) = 8$

เหตุการณ์ที่เหรียญจะออกก้อยไม่เกิน 2 ครั้ง มี 7 แบบ ได้แก่ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, TTH

$\therefore n(E) = 7$

จาก $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{7}{8}$

$\therefore$ ความน่าจะเป็นที่เหรียญออกก้อยไม่เกิน 2 ครั้ง เท่ากับ $\frac{7}{8}$ Ans

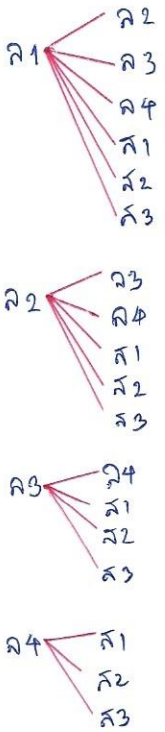
2. ตอบ 4.

หาแซมเปิลสเปซ ทั้งหมด โดยการเขียนแผนภาพต้นไม้ ได้ดังนี้

กำหนดให้ เหลืองลูกที่ 1 = ล1 เหลืองลูกที่ 2 = ล2 เหลืองลูกที่ 3 = ล3 เหลืองลูกที่ 4 = ล4

ส้มลูกที่ 1 = ส1 ส้มลูกที่ 2 = ส2 ส้มลูกที่ 3 = ส3

หยิบพร้อมกัน 2 เม็ด



หยิบพร้อมกัน 2 เม็ด (ต่อ)

ล1 — ส2, ส3

ล2 — ส3

$\therefore n(S) = 21$

เหตุการณ์ที่จะหยิบได้ลูกกวาดสีเหลือง 1 เม็ด และสีส้ม 1 เม็ด

ได้แก่ (ล1, ส1), (ล1, ส2), (ล1, ส3), (ล2, ส1), (ล2, ส2)

(ล2, ส3), (ล3, ส1), (ล3, ส2), (ล3, ส3), (ล4, ส1)

(ล4, ส2), (ล4, ส3)

$\therefore n(E) = 12$

$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{12}{21}$

$\therefore$ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกกวาดสีเหลือง 1 เม็ด และสีส้ม 1 เม็ด เท่ากับ $\frac{12}{21}$ Ans

3. ตอบ 1.

สร้างเลขโดด 3 หลัก โดยตัวเลขไม่ซ้ำกัน มีเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5

หลักร้อย		หลักสิบ		หลักหน่วย		
5	×	5	×	4	=	100 วิธี

หลักร้อย เลือกเลขโดดได้ 5 ตัว (เป็น 0 ไม่ได้)
หลักสิบ เลือกเลขโดดได้ 5 ตัว (ใส่เลขโดดไปแล้ว 1 ตัว ในหลักร้อย)
หลักหน่วย เลือกเลขโดดได้ 4 ตัว (ใส่เลขโดดไปแล้ว 2 ตัว ในหลักร้อยและหลักสิบ)

∴ จะสร้างเลขโดด 3 หลัก โดยตัวเลขไม่ซ้ำกัน ได้ 100 วิธี Ans

4. ตอบ 1.

- โยนลูกเต๋า 2 ลูก กับเหรียญ 2 เหรียญ ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 โยนลูกเต๋า 2 ลูก สามารถเกิดได้ 36 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 โยนเหรียญ 2 เหรียญ สามารถเกิดได้ 4 วิธี ได้แก่ HH, HT, TH, TT

∴ จำนวนแซมเปิลสเปซในการโยนลูกเต๋า 2 ลูก กับเหรียญ 2 เหรียญ ($n(S)$)

$= 36 \times 4 = 144$ เหตุการณ์

- เหตุการณ์ที่สนใจคือ ลูกเต๋าขึ้นแต้มต่างกัน จะมี 30 เหตุการณ์

เหรียญขึ้นหน้าเหมือนกัน จะมี 2 เหตุการณ์ คือ HH, TT

∴ จำนวนเหตุการณ์ที่สนใจ $(n(E)) = 30 \times 2 = 60$ เหตุการณ์

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{60}{144} = \frac{5}{12}$$ Ans

5. ตอบ 4.

เขียน เลข 7 หลัก ตามเงื่อนไข ที่โจทย์กำหนด ได้ดังนี้

2 6	3 4 5	7 1

ตำแหน่ง [2 6] สลับที่กันได้ 2 วิธี

ตำแหน่ง [7 1] สลับที่กันได้ 2 วิธี

ตำแหน่ง [2 6] กับ [7 1] สลับที่กันได้ 2 วิธี

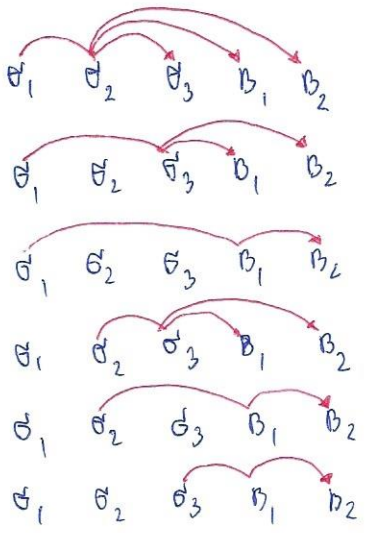
ตำแหน่ง [3 4 5] สลับที่กันได้ $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ วิธี

∴ จะเขียน จำนวน ที่มี 7 หลัก ตามที่ โจทย์ กำหนดให้ได้ $= 2 \times 2 \times 2 \times 6 = 48$ วิธี Ans

6. ตอบ 3

หาแบบเปิดสเปซในการหยิบลูกบอล 3 ลูก พร้อมกัน จากลูกบอล 5 ลูก ได้ดังนี้

ให้ $\mathcal{G}$ แทนสีเขียว B แทน สีน้ำเงิน



$\mathcal{G}_1\mathcal{G}_2\mathcal{G}_3$, $\mathcal{G}_1\mathcal{G}_2B_1$, $\mathcal{G}_1\mathcal{G}_2B_2$

$\mathcal{G}_1\mathcal{G}_2B_1$, $\mathcal{G}_1\mathcal{G}_3B_2$

$\mathcal{G}_1B_1B_2$

$\mathcal{G}_2\mathcal{G}_3B_1$, $\mathcal{G}_2\mathcal{G}_3B_2$

$\mathcal{G}_2B_1B_2$

$\mathcal{G}_3B_1B_2$

∴ $n(S) = 10$

เหตุการณ์ที่สนใจ : หยิบลูกบอลสีเขียวได้ตั้งแต่ 2 ลูกขึ้นไป คือ $\mathcal{G}_1\mathcal{G}_2\mathcal{G}_3$, $\mathcal{G}_1\mathcal{G}_2B_1$, $\mathcal{G}_1\mathcal{G}_2B_2$

$\mathcal{G}_1\mathcal{G}_3B_1$, $\mathcal{G}_1\mathcal{G}_3B_2$, $\mathcal{G}_2\mathcal{G}_3B_1$, $\mathcal{G}_2\mathcal{G}_3B_2$

∴ $n(E) = 7$

∴ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{7}{10}$ Ans

7. ตอบ 2

ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก จะได้แซมเปิลสเปซ ดังนี้

(1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6)

(2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6)

(3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6)

(4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6)

(5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6)

(6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)

$\therefore n(S) = 36$

เหตุการณ์ที่สนใจ คือ ผลรวมของแต้มมากกว่า 5 แต่น้อยกว่า 10 ได้แก่

(1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6)

(3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,2)

(4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2)

(5,3), (5,4), (6,1), (6,2), (6,3)

$\therefore n(E) = 20$

$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ Ans

8. ตอบ 3

หาแซมเปิลสเปซ ของวิธีที่พลอยแต่งตัวออกจากบ้านได้ทั้งหมด โดยทำทีละ 2 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 พลอยเลือกใส่เสื้อได้ 10 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 พลอยเลือกใส่กระโปรงได้ 6 วิธี

$\therefore$ พลอยแต่งตัวได้ทั้งหมด $(n(S)) = 6 \times 10 = 60$ วิธี

เหตุการณ์ที่สนใจ แต่งตัวโดยสวมเสื้อและกระโปรงต่างสีกัน ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 สวมกระโปรงสีแดง สวมเสื้อสีอื่นได้ $2 \times 8 = 14$ วิธี

กรณีที่ 2 สวมกระโปรงสีน้ำเงิน สวมเสื้อสีอื่นได้ $3 \times 7 = 21$ วิธี

กรณีที่ 3 สวมกระโปรงสีเขียว สวมเสื้อสีอื่นได้ $1 \times 9 = 9$ วิธี

$\therefore$ จะสวมเสื้อและกระโปรงต่างสีกัน $(n(E)) = 16+21+9 = 46$ วิธี

$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{46}{60} = \frac{23}{30}$ Ans

9. ตอบ 3

ไพ่ King จะมี 4 ใบ คือ K โพดำ K โพแดง K ข้าวหลามตัด K ดอกจิก

ไพ่ Queen จะมี 4 ใบ คือ Q โพดำ Q โพแดง Q ข้าวหลามตัด Q ดอกจิก

ไพ่โพดำ จะมี 13-2 = 11 ใบ เพราะ เป็น K โพดำ และ Q โพดำ ที่ใช้ไปแล้วอย่างละใบ

ไพ่ข้าวหลามตัด จะมี 13-2 = 11 ใบ เพราะ เป็น K ข้าวหลามตัด และ Q ข้าวหลามตัด ที่ใช้ไปแล้วอย่างละใบ

∴ จำนวนเหตุการณ์ที่ต้องการ ($n(E)$) = 4+4+11+11 = 30 เหตุการณ์

∴ แซมเปิลสเปซ ทั้งหมด ($n(S)$) = 52 เหตุการณ์ (ไพ่ 1 สำรับ มี 52 ใบ)

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{30}{52} = \frac{15}{26}$$

10. ตอบ 1

▶ หาแซมเปิลสเปซของ การหยิบไพ่ แบบใส่คืน ในการหยิบไพ่ 2 ใบ

หยิบไพ่ครั้งที่ 1 จากไพ่ 52 ใบ

หยิบไพ่ครั้งที่ 2 จากไพ่ 52 ใบ

$$\therefore n(S) = 52 \times 52 = 2,704 \text{ เหตุการณ์}$$

▶ เหตุการณ์ที่สนใจ หยิบ 2 ครั้ง ไม่เอา Q โพดำ ซึ่งโจทย์จะออกจากบัตไต๋

หยิบไพ่ครั้งที่ 1 สามารถหยิบไพ่ที่ไม่ใช่ Q โพดำ ได้ 51 ใบ } หยิบไพ่ แล้วใส่คืน

หยิบไพ่ครั้งที่ 2 สามารถหยิบไพ่ที่ไม่ใช่ Q โพดำ ได้ 51 ใบ

$$\therefore n(E) = 51 \times 51 = 2,601 \text{ เหตุการณ์}$$

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2,601}{2,704} \quad \text{Ans}$$

11. ตอบ 4

▶ ทำข้อสอบ แบ่งออกเป็น 2 ตอน

ตอนที่ 1 ข้อสอบ 3 ข้อ ปังตีทำ 1 ข้อ เลือกทำ 1 ข้อ

สมมติให้ ปังตีทำข้อที่ 1 จะเลือกทำได้ (1,2), (1,3) = 2 วิธี

ตอนที่ 2 มีข้อสอบ 3 ข้อ ให้เลือกทำ 2 ข้อ จะสามารถเลือกได้ (1,2), (1,3), (2,3) = 3 วิธี

$$\therefore n(S) = 2 \times 3 = 6 \text{ วิธี}$$

▶ เหตุการณ์ที่สนใจ: สมหญิง และ สมชาย ทำข้อสอบเหมือนกัน 4 ข้อ จะมีเพียง 1 เหตุการณ์

$$\therefore n(E) = 1$$

$$\therefore P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6} \quad \text{Ans}$$

12. ตอบ 3

เนื่องจาก ผู้หญิง มากกว่า ผู้ชาย ∴ ผู้หญิงจะต้องยืน อยู่หัวแถว เท่านั้น ส่วนผู้ชายจะยืนอยู่หัวแถวไหนก็ได้ ดังนั้น จะสลับระหว่าง หญิง และ ชาย กันได้

ผู้หญิงยืนหัวแถว แล้วให้ผู้ชายมาแทรก จะได้ $6!5!$

$= 6\times5\times4\times3\times2\times1\times5\times4\times3\times2\times1 = 720\times120$

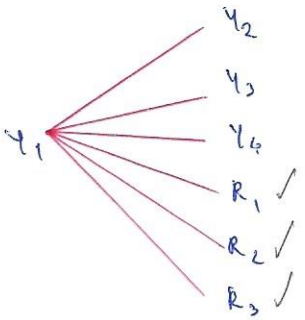
$= 86,400$ วิธี Ans

13. ตอบ 4

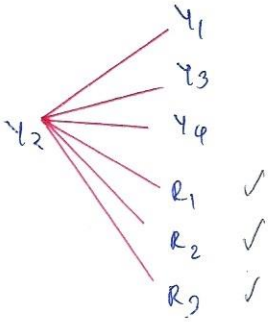
ให้ Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 แทนลูกบอลสีเหลือง ✓ แทน เหตุการณ์ที่ลูกแรกได้สีเหลือง และลูกที่สองเป็นสีแดง

R_1, R_2, R_3 แทนลูกบอลสีแดง

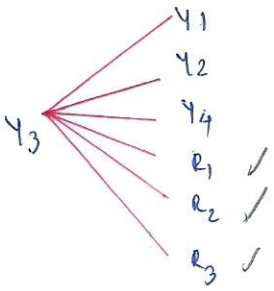
ลูกที่ 1 ลูกที่ 2



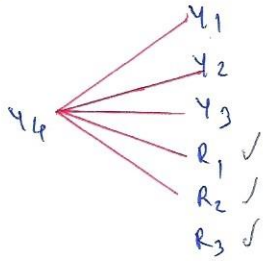
ลูกที่ 1 ลูกที่ 2



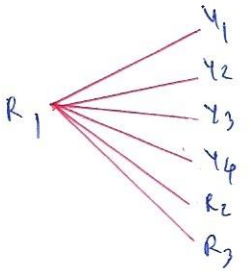
ลูกที่ 1 ลูกที่ 2



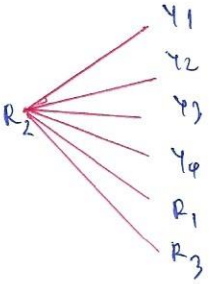
ลูกที่ 1 ลูกที่ 2



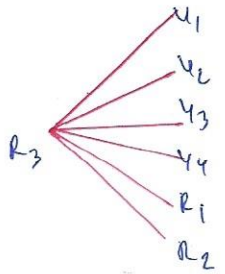
ลูกที่ 1 ลูกที่ 2



ลูกที่ 1 ลูกที่ 2



ลูกที่ 1 ลูกที่ 2



$\therefore n(S) = 42$ เหตุการณ์

$n(E) = 12$ เหตุการณ์

$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$ Ans

14. ตอบ 3

เนื่องจากโจทย์ไม่ได้ระบุว่าแยกได้ครั้งละกี่เหรียญ จึงต้องแยกทุกแบบ

แยก 1 เหรียญ ได้ต่างๆกัน 4 วิธี ได้แก่ 10, 5, 2, 1

แยก 2 เหรียญ ได้ต่างๆกัน 6 วิธี ได้แก่ (10,5), (10,2), (10,1), (5,2), (5,1), (2,1)

แยก 3 เหรียญ ได้ต่างๆกัน 4 วิธี ได้แก่ (10,5,2), (10,5,1), (10,2,1), (5,2,1)

แยก 4 เหรียญ ได้ต่างๆกัน 1 วิธี ได้แก่ (10,5,2,1)

∴ จะได้ต่างๆกันทั้งหมด $4+6+4+1 = 15$ วิธี Ans

15. ตอบ 3

▷ จำนวนออกรางวัลแต่ละรายการ เลขท้าย 3 ตัว ได้แก่ 000 - 999 ซึ่งมี 1,000 จำนวน

$\therefore n(S) = 1,000$

▷ โอกาสที่จะออกเลขซ้ำกัน 3 ตัว ได้แก่ 000, 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999

$\therefore n(E) = 10$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{10}{1000} = \frac{1}{100}$$ Ans

สถิติ

1. ตอบ 4.

ให้ คะแนนน้อยที่สุด ที่ถูกตัดออก เป็น x คะแนน

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$$7.5 = \frac{71 - x}{9}$$

$$7.5 \times 9 = 71 - x$$

$$67.5 = 71 - x$$

$$x = 71 - 67.5$$

$$x = 3.5$$

∴ คะแนนที่ถูกตัดออกไป คือ 3.5 คะแนน Ans

2. ตอบ 4

คะแนนของนักเรียนในห้องเรียน A : 17 14 a 12 13 15 13

คะแนนของนักเรียนในห้องเรียน B : 11 16 b 13 20 18 14

จากข้อมูลที่โจทย์ให้มา คะแนนห้องสองห้อง มีฐานนิยมเท่ากัน และ มีพิสัยเท่ากัน

▷ จากคะแนนของนักเรียนห้องสองห้อง พบว่า ฐานนิยม ของห้อง A และ B = 13

∴ $b = 13$

▷ หาพิสัยของคะแนนของนักเรียนในห้องเรียน B

เรียงคะแนนจากน้อย → มาก ~~11~~ ~~13~~ ~~13~~ (14) ~~16~~ ~~18~~ ~~20~~

↑ พิสัย

∴ พิสัยของคะแนนนักเรียนในห้อง

เรียน B และ A = 14 → คะแนนห้อง A ไม่มี 14 แสดงว่า $a = 14$

▷ เรียงคะแนนของนักเรียนในห้อง A ได้

~~12~~ ~~13~~ ~~13~~ (14) ~~15~~ ~~17~~ ~~19~~

↑ พบว่า พิสัย = 14 ∴ $a = 14$ เป็นจริง

∴ $a + b = 14 + 13 = 27$ Ans

3. ตอบ 2

▶ สอบ 4 ครั้งแรก

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$(\bar{X} = 57, N = 4)$

$$57 = \frac{\Sigma X}{4}$$

$$\Sigma X = 57 \times 4$$

$$\Sigma X = 228$$

∴ คะแนนรวมในการสอบ 4 ครั้ง = 228 คะแนน

▶ สอบ 5 ครั้ง

ให้ คะแนนสอบครั้งที่ 5 เป็น x

$$\bar{X}_{ใหม่} = \frac{\text{คะแนนรวม 4 ครั้ง} + x}{5}$$

$$50 = \frac{228 + x}{5}$$

$$250 = 228 + x$$

$$x = 250 - 228$$

$$x = 22$$

∴ ถ้าสอบครั้งที่ 5 ได้คะแนน 22 คะแนน Ans

4. ตอบ 1.

ข้อมูลชุดหนึ่ง เรียงจากน้อยไปมาก เป็น ~~x~~, ~~a~~, ~~a~~, a, 101, 111, ~~b~~, ~~b~~

มัธยฐาน

$$\text{มัธยฐาน} = \frac{a + 101}{2}$$

$$71 = \frac{a+101}{2}$$

$$a + 101 = 71 \times 2$$

$$a + 101 = 142$$

$$a = 142 - 101$$

$$a = 41$$

$$\bar{X} = \frac{1 + 41 + 41 + 41 + 101 + 111 + 2b}{8}$$

$$71 = \frac{336 + 2b}{8}$$

$$71 \times 8 = 336 + 2b$$

$$568 = 336 + 2b$$

$$2b = 568 - 336 = 232$$

$$b = \frac{232}{2} = 116$$

∴ พิสัยของข้อมูล = ข้อมูลสูงสุด − ข้อมูลต่ำสุด

$= 116 - 1 = 115$ Ans

5. ตอบ 3

▶ หาผลรวมข้อมูลที่ปิด

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$$10 = \frac{\Sigma X}{10}$$

$$\Sigma X = 10 \times 10 = 100$$

▶ หาค่าเฉลี่ยใหม่

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$$\bar{X}_{ใหม่} = \frac{100 - 0.2 + 2}{10}$$

$$\bar{X}_{ใหม่} = \frac{101.8}{10}$$

$$\bar{X}_{ใหม่} = 10.18$$

∴ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้อง คือ 10.18 Ans

6. ตอบ 4.

ตารางนี้มีความกว้างอันตรภาคชั้นเท่ากันทุกชั้น

ข้อ 1 $a = 21$ ถูกต้อง เพราะ จุดกึ่งกลางชั้นที่ 1 (x_1) − จุดกึ่งกลางชั้นที่ 2 (x_2)

$= 35.5 - 25.5 = 10$

จะได้ $b = 30$

$a - b = 21 - 30$ → ความกว้างอันตรภาคชั้น เป็น 10

→ จุดกึ่งกลาง $= \frac{30+21}{2} = 25.5$ เป็นจริง

ข้อ 2 $b = 30$ ถูกต้อง เหตุผลจากข้อ 1

ข้อ 3 $c = 31$ ถูกต้อง เพราะ $a = 21$ และความกว้างอันตรภาคชั้น $= 10$

$\therefore c - a = 31 - 21 = 10$

$\therefore$ ข้อที่ถูกต้อง คือ 4. ถูกทุกข้อ Ans

7. ตอบ 1.

ให้ n_1 เป็น จำนวนนักเรียนชาย , n_2 เป็นจำนวนนักเรียนหญิง

จากสูตร ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม

$$\bar{X} = \frac{\bar{x}_1 n_1 + \bar{x}_2 n_2}{n_1 + n_2}$$

$$160 = \frac{172 n_1 + 152 n_2}{n_1 + n_2}$$

$$160(n_1 + n_2) = 172 n_1 + 152 n_2$$

$$160 n_1 + 160 n_2 = 172 n_1 + 152 n_2$$

$$160 n_2 - 152 n_2 = 172 n_1 - 160 n_1$$

$$8 n_2 = 12 n_1$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$\therefore$ อัตราส่วนจำนวนนักเรียนชาย : จำนวนนักเรียนหญิง $= 2 : 3$ Ans

8. ตอบ 4.

หาค่า $\bar{x}$; $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{N}$

$= \frac{12+15+7+6+4+3+2}{7} = \frac{49}{7} = 7$

คะแนน	ผลต่างระหว่างข้อมูลกับค่าเฉลี่ย $(x_i - \bar{x})$	กำลังสองของผลต่าง $(x_i - \bar{x})^2$
12	$12-7 = 5$	$(5)^2 = 25$
15	$15-7 = 8$	$(8)^2 = 64$
7	$7-7 = 0$	$0^2 = 0$
6	$6-7 = -1$	$(-1)^2 = 1$
4	$4-7 = -3$	$(-3)^2 = 9$
3	$3-7 = -4$	$(-4)^2 = 16$
2	$2-7 = -5$	$(-5)^2 = 25$
		$\Sigma (x_i - \bar{x})^2 = 140$

จาก $S.D = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{N}}$

$= \sqrt{\frac{140}{7}}$

$S.D = \sqrt{20} = 4.47$

∴ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 4.47 Ans

9. ตอบ 3

คะแนน	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	
ความถี่ (f)	2	5	8	14	6	9	6	$\Sigma f = 50$
จุดกึ่งกลางชั้น (x_i)	25.5	35.5	45.5	55.5	65.5	75.5	85.5	
fx_i	51	177.5	364	777	393	679.5	513	$\Sigma fx_i = 2,955$

จากสูตร $\bar{x} = \frac{\Sigma fx_i}{N}$

$= \frac{2,955}{50}$

$\bar{x} = 59.1$ Ans

10. ตอบ 2.

เรียงลำดับคะแนนของเด็กชายรวมลด จากน้อยไปมาก 5 ว่า ดังนี้ a, b, c, d, e

▷ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน 5 ว่า = 25

$$25 = \frac{a+b+c+d+e}{5}$$

$$\therefore a+b+c+d+e = 125 \quad \text{—①}$$

▷ ค่ามัธยฐาน ของคะแนน = 30

แสดงว่า $c = 30$

▷ พิสัย ของคะแนน 5 ว่า = 21

$$e-a = 21$$

$$e-13 = 21 \quad \text{(โจทย์กำหนด ว่าที่ได้คะแนนต่ำสุด เป็น 13 คะแนน ∴ } a = 13\text{)}$$

$$\therefore e = 34$$

แทนค่า $a = 13$, $c = 30$, $e = 34$ ใน ①

$$13+b+30+d+34 = 125$$

$$b+d = 48$$

b อยู่ระหว่าง a กับ c $\therefore 13 < b < 30$

d อยู่ระหว่าง c กับ e $\therefore 30 < d < 34$

ถ้า $d = 31$, $b = 17$ จะได้ $b+d = 48$ เป็นแบบที่ 1

ถ้า $d = 32$, $b = 16$ จะได้ $b+d = 48$ เป็นแบบที่ 2

ถ้า $d = 33$, $b = 15$ จะได้ $b+d = 48$ เป็นแบบที่ 3

∴ ผลคะแนนของรวมลด ใน 5 ว่า จะเป็นไปได้ 3 แบบ Ans

11. ตอบ 3

คะแนน	ความถี่ (f)	จุดกึ่งกลาง (x_i)	fx_i
10-12	3	11	33
13-15	a	14	14a
16-18	5	17	85
19-21	b	20	20b
22-24	4	23	92
	$N = a+b+12$		$\Sigma fx_i = 210+14a+20b$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx_i}{N}$$

$$17 = \frac{210+14a+20b}{a+b+12}$$

$$17(a+b+12) = 210+14a+20b$$

$$17a+17b+204 = 210+14a+20b$$

$$3a-3b = 6$$

$$\therefore a-b = 2 \quad \text{Ans}$$

12. ตอบ 3

▶ ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$) เดิม หาผลรวม ΣX เดิม

$$\bar{X}_{เดิม} = \frac{\Sigma X_{เดิม}}{N}$$

$$30 = \frac{\Sigma X}{5}$$

$$\Sigma X_{เดิม} = 150$$

▶ ห้าคะแนน นักเรียน เป็น อีก 2 คน

ให้ นักเรียน คนแรก ได้ a คะแนน

นักเรียนคนที่ สอง ได้ $a+2$ คะแนน

ค่าเฉลี่ยใหม่ ($\bar{X}_{ใหม่}$) ลดลง 2 $\rightarrow \bar{X}_{ใหม่} = \bar{X}_{เก่า} - 2$

$= 30 - 2 = 28$

จากสูตร $\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$

$$\bar{X}_{ใหม่} = \frac{\Sigma X_{เดิม} + a + a+2}{7}$$

$$28 = \frac{150 + 2a + 2}{7}$$

$$28 \times 7 = 152 + 2a$$

$$196 = 152 + 2a$$

$$2a = 196 - 152$$

$$2a = 44$$

$$a = 22$$

∴ นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า

$= 22 + 2 = 24$ คะแนน Ans

13. ตอบ 3.

สอบครั้งแรก ได้ 30 คะแนน

ให้ สอบครั้งที่ 2 ได้ a คะแนน

ให้ สอบครั้งที่ 3 ได้ b คะแนน

จากสูตร $\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$

$$57 = \frac{30 + a + b}{3}$$

$$30 + a + b = 57 \times 3$$

$$30 + a + b = 171$$

$$a + b = 141 \quad \text{—①}$$

ถ้า ต้องการ $\bar{X}_{ใหม่} = 60$ คะแนน

ให้ สอบครั้งแรก ได้ x คะแนน

สอบ ครั้งที่ 2 และ 3 เป็น a และ b

เหมือนเดิม

$\bar{X}_{ใหม่} = \frac{\Sigma X}{N}$

$$60 = \frac{x + a + b}{3}$$

$$60 \times 3 = x + a + b$$

$$x + a + b = 180 \quad \text{—②}$$

แทนค่า $a+b = 141$ จาก ① ลงใน ②

$$x + 141 = 180$$

$$x = 180 - 141$$

$$x = 39$$

∴ เขาต้องทำคะแนนรอบครั้งแรกได้ 39 คะแนน

จึงได้ $\bar{X} = 60$ คะแนน Ans

14. MOU 3

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$$4 = \frac{a + 2a + a^2 + 2 + 10}{4}$$

$$16 = a^2 + 3a + 12$$

$$a^2 + 3a + 12 - 16 = 0$$

$$a^2 + 3a - 4 = 0$$

$$(a+4)(a-1) = 0$$

$$a = -4, 1$$

$a \neq 1$ $\therefore a = 1$

ถ้า $a = 1$ แทนในแต่ละข้อมูล จะได้ข้อมูลเป็น

1, 2, 3, 10

หาฐานนิยม ~~1,~~ [2, 3] ~~10~~

↑ ฐานนิยม

$$\text{ฐานนิยม} = \frac{2+3}{2}$$

$\therefore$ ฐานนิยม $= 2.5$ Ans

15. MOU 1

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$$

$$= \frac{121 + 127 + 127 + 136 + 139 + 154}{6}$$

$$\bar{X} = \frac{804}{6} = 134$$

ความสูง	ผลต่างระหว่างข้อมูลกับค่าเฉลี่ย $(x_i - \bar{x})$	กำลังสองของผลต่าง $(x_i - \bar{x})^2$
121	$121 - 134 = -13$	$(-13)^2 = 169$
127	$127 - 134 = -7$	$(-7)^2 = 49$
127	$127 - 134 = -7$	$(-7)^2 = 49$
136	$136 - 134 = 2$	$2^2 = 4$
139	$139 - 134 = 5$	$5^2 = 25$
154	$154 - 134 = 20$	$20^2 = 400$
		$\Sigma (x_i - \bar{x})^2 = 696$

จากสูตร

$$S.D = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{696}{6}}$$

$$= \sqrt{116}$$

$$S.D. = 10.77$$

$\therefore$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $= 10.77$

$\therefore$ ผลรวมค่าเฉลี่ย เลขคณิต กับ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$= 134 + 10.77 = 144.77$$ Ans